Симплициальные разбиения куба

Глазырин Алексей Александрович

Доклад посвящен разбиениям кубов на симплексы с вершинами в вершинах куба. Обозначим минимальное число симплексов в разбиении n-мерного куба через $dis(n)$. Используя евклидов объем, нетрудно получить следующую нижнюю оценку:

$$dis(n) \geq \frac{n!}{2\left(\frac{\sqrt{n+1}}{2}\right)^{n+1}} =: E(n).$$

В 2000 г. У. Смитом с помощью гиперболического объема была получена следующая оценка:

$$dis(n) \geq H(n) \geq \frac{1}{2} 6^{\frac{n}{2}} (n+1)^{-\frac{n+1}{2}} n!$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{H(n)}{E(n)}\right)^{\frac{1}{n}} \approx 1.261522510$$

С помощью теоремы об объемных инвариантах многогранников специального вида – призмоидов – мы строим общую конструкцию для нахождения нижних оценок – некоторый взвешенный объем симплекса, зависящий от матрицы параметров. Выбрав соответствующую матрицу параметров, мы докажем новую нижнюю асимптотическую оценку:

$$dis(n) \geq (n+1)^{\frac{n-1}{2}} =: F(n)$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{F(n)}{E(n)}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{e}{2} \approx 1.359140914$$