Комбинаторный аналог неравенства Ф. Хирцебруха.

И.Н. Шнурников

Ф. Хирцебрух в 1983 г. по набору комплексных прямых в комплексной проективной плоскости $\mathbb{CP}^2$ построил алгебраическое многообразие, разветвленно накрывающее плоскость $\mathbb{CP}^2$ с точками ветвления "над" точками пересечения прямых. Оказалось, что числа Черна многообразия и числа самопересечений некоторых содержащихся в многообразии кривых выражаются через параметры исходного набора прямых, а именно через числа t_i — количества точек, принадлежащих ровно i прямым для $i = 2, \ldots, n$. В результате, следующая теорема получается из неравенства Y. Miyaoka, примененного к построенному алгебраическому многообразию.

Теорема, Ф. Хирцебрух. *Если среди набора комплексных прямых не более чем $n-3$ прямых имеют общую точку, то*

$$t_2 + \frac{3}{4}t_3 \geqslant n + \sum_{i \geqslant 5}(2i-9)t_i.$$

Рассмотрим теперь набор n гладких несамопересекающихся кривых на вещественной проективной плоскости, попарно пересекающихся в одной точке. Для такого набора, по аналогии с комплексными прямыми, через t_i обозначим число точек пересечения, принадлежащих ровно i кривым для $i = 2, \ldots, n$. Целью доклада будет следующее утверждение.

Теорема. *Если не более чем $n-3$ кривых из набора имеют общую точку, то*

$$t_2 + \frac{3}{2}t_3 \geqslant 8 + \sum_{i \geqslant 4}\left(2i - 7\frac{1}{2}\right)t_i.$$