

Обобщенная эрмитова геометрия на однородных k -симметрических пространствах

В.В. Балащенко (Минск, Белорусский государственный университет)

Однородные пространства, порождаемые эндоморфизмами групп Ли, были впервые рассмотрены В.И.Ведерниковым в 1964 году и стали широким обобщением симметрических пространств. Важнейший подкласс этих пространств — *регулярные Φ -пространства G/H* , введенные Н.А.Степановым в 1967 году. Такие пространства входят в более широкий класс *редуктивных* однородных пространств (П.К.Рашевский, К.Nomizu и др.) и включают, в свою очередь, однородные Φ -пространства *порядка k* (в иной терминологии, *однородные k -симметрические пространства*), т.е. автоморфизм Φ группы Ли G имеет порядок k (случай $k = 2$ соответствует однородным симметрическим пространствам). Оказалось, что автоморфизм Φ порождает на G/H не только обобщенные "симметрии", но и инвариантные *канонические структуры* классических типов: почти комплексные $J(J^2 = -1)$, почти произведения $P(P^2 = 1)$, а также обобщающие их f -структуры ($f^3 + f = 0$, К.Уано) и h -структуры ($h^3 - h = 0$). При этом как "симметрии", так и канонические структуры согласованы с естественными инвариантными (псевдо)римановыми метриками, возникающими на G/H . Классическим примером здесь стала обнаруженная еще в конце 1960-х годов каноническая структура J на однородных 3-симметрических пространствах (Н.А.Степанов, J.A.Wolf, A.Gray), которая стала эффективным инструментом во многих конструкциях дифференциальной геометрии и глобального анализа. Например, с помощью этой структуры были предъявлены классы инвариантных *почти эрмитовых* структур (в частности, *приближенно келеровы* структуры: A.Gray, В.Ф.Кириченко, S.Salamon и др.). Отметим, что отдельные новые примеры канонических структур впоследствии возникали (О.Kowalski, A.J.Ledger, L.Vanhecke, J.A.Jimenez и др.), полное их описание было получено в 1990-х годах (Н.А.Степанов и докладчик).

Среди приложений канонических структур выделим созданную в середине 1980-х годов *обобщенную эрмитову геометрию*, включающую почти эрмитовы, метрические почти контактные и метрические f -структуры (В.Ф.Кириченко, D.Blair, S.Sasaki и др.) и развиваемую теперь в разных аспектах. Оказалось, что богатый запас канонических f -структур позволил предъявить обширный ресурс инвариантных примеров для важнейших классов обобщенных почти эрмитовых структур. В частности, канонические f -структуры на однородных 4- и 5-симметрических пространствах (в случае естественно редуктивной метрики) являются приближенно келеровыми и эрмитовыми f -структурами. Рассмотрены конкретные примеры как полупростого, так и разрешимого типов (серия флаговых многообразий, обобщенные группы Гейзенберга и др.). В докладе будут представлены также недавние общие результаты о канонических f -структурах на однородных k -симметрических пространствах (докладчик и А.С.Самсонов).