

Пространство Максвелла есть тройка  $(M, g, F)$ , где  $M$  — 4-мерное вещественное многообразие,  $F = \frac{1}{2}F_{ij}dx^i \wedge dx^j$  — обобщенная симплектическая структура на  $M$ ,  $g = g_{ij}dx^i dx^j$  — псевдоевклидова метрика на  $M$  лоренцевой сигнатуры  $(- - +)$ .

На основе классификации пространств Максвелла по подгруппам группы Пуанкаре получена классификация пространств Максвелла с нулевым током (ПМНТ), допускающих подгруппы группы Пуанкаре (в частности, электромагнитных волн); последние задаются кососимметричными тензорами  $F_{ij}$ , удовлетворяющими уравнениям Максвелла:

$$\partial_{[i}F_{jk]} = 0, \quad \nabla_k F^{ik} = 0.$$

Основной вопрос состоит в следующем: *Для каких подгрупп  $G_{k,l}$  группы Пуанкаре существуют ПМНТ с группой симметрий  $G_S$ , в точности равной  $G_{k,l}$ ?* Ответ на этот вопрос положителен для любых 1- и 2-мерных подгрупп. Однако, существуют 3-мерные подгруппы, для которых ответ отрицателен. Например, ПМНТ классов  $W_{k,l}$ , которые допускают 3-мерные группы  $G_{k,l}$ , соответствующие алгебрам Ли векторных полей

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{3,1a} &= L\{e_1, e_2, e_3\}, & \mathcal{L}_{3,1b} &= L\{e_1, e_2, e_4\}, & \mathcal{L}_{3,2b} &= L\{e_{13}, e_1, e_3\}, \\ \mathcal{L}_{3,6b} &= L\{e_{24}, e_2, e_4\}, & \mathcal{L}_{3,7} &= L\{e_{24} + \lambda e_3, e_1, e_2 - e_4\}, \\ \mathcal{L}_{3,9a} &= L\{e_{12} - e_{14}, e_1, e_2 - e_4\}, \end{aligned}$$

допускают и более широкие группы симметрий.

Для всех 2- и 3-мерных групп  $G_{k,l}$  будут представлены конкретные примеры ПМНТ с группами симметрий  $G_S = G_{k,l}$  (там, где они существуют).