

Е. А. Кудрявцева. Комплексы функций Морса и топологические инварианты на пространствах функций Морса.

Пусть $F = F(M, N)$ – пространство функций Морса с фиксированным множеством $N \subset M$ критических точек на гладкой замкнутой ориентируемой поверхности M . Изучаются связные компоненты пространства F , снабженного C^∞ -топологией.

1) В терминах числа вращения построен топологический инвариант $F \rightarrow \mathbb{Z}^{m-1}$ на пространстве F (т.е. сюръекция, постоянная на компонентах связности пространства F), где m – количество минимаксных критических точек, $m > 2$. В частности, $|\pi_0(F)| = \infty$ при $m > 2$.

2) Пусть $f \in F$ – отмеченная функция, F_f – ее компонента связности в F . Изучим группу $D_f \subset D := \text{Diff}^+(M, N)$ всех диффеоморфизмов, переводящих F_f в себя. Описано построение комплекса функций Морса – конечного связного клеточного комплекса K , клетки которого находятся во взаимно-однозначном соответствии с D -орбитами на пространстве F (т.е. $K := \tilde{K}/(D/D^0)$, где \tilde{K} – геометрическая реализация соответствующего цепного комплекса Васильева особенностей в F ; в действительности \tilde{K} и F гомотопически эквивалентны). Описаны конечные системы порождающих элементов факторгрупп D_f/D^0 и $(D_f/D^0)/H_f$ в терминах двумерного остова комплекса K , где D^0 – компонента связности id_M в D , $H_f := \prod_{\sigma \in K} \langle\langle S_\sigma \rangle\rangle$ – произведение нормальных замыканий (в группе D_f/D^0) подгрупп $S_\sigma := (D^0 \text{stab}_D g(\sigma))/D^0$, $g(\sigma) \in F_f$ – отмеченная функция из D -орбиты, отвечающей клетке σ .

3) С помощью числа вращения и скручиваний Дэна построен эпиморфизм $(D_f/D^0)/H_f^{\text{abs}} \rightarrow \mathbb{Z}_2^{q-1}$, где q – количество седловых критических точек, $H_f^{\text{abs}} \subset H_f$ – произведение нормальных замыканий (в группе D_f/D^0) максимальных свободных абелевых подгрупп в подгруппах S_σ , $\sigma \in K$.

В частности, $\text{rank}((D_f/D^0)/H_f) \leq \text{rank}(\pi_1(K))$. Поэтому $H_f = D_f/D^0$ при $M \neq S^2$ и $q \leq 3$ (ввиду односвязности соответствующих комплексов K функций Морса). Все построения будут снабжены примерами. Будет указана связь с фундаментальными группами комплексов групп.