

Список теоретических вопросов к зачету по классической дифференциальной геометрии

1. Кривые:

- 1.1) определение непрерывной кривой в евклидовом пространстве
- 1.2) определение гладкой кривой в евклидовом пространстве
- 1.3) определение регулярной кривой в евклидовом пространстве
- 1.4) определение бирегулярной кривой в евклидовом пространстве
- 1.5) определение натурального параметра
- 1.6) определение репера Френе для кривых на плоскости
- 1.7) формулы Френе для кривых на плоскости
- 1.8) определение репера Френе для кривых в трехмерном пространстве
- 1.9) формулы Френе для кривых в трехмерном пространстве
- 1.10) формула для вычисления кривизны в произвольной параметризации
- 1.11) формула для вычисления кручения в произвольной параметризации

2. Поверхности:

- 2.1) определение непрерывной поверхности
- 2.2) определение гладкой поверхности
- 2.3) определение регулярной поверхности
- 2.4) определение первой фундаментальной формы или индуцированной метрики поверхности
- 2.5) определение плоского сечения поверхности
- 2.6) определение плоского нормального сечения поверхности
- 2.7) определение второй фундаментальной формы поверхности
- 2.8) определение главных кривизн
- 2.9) определение главных направлений
- 2.10) определение главного нормального сечения поверхности
- 2.11) определение средней кривизны
- 2.12) определение гауссовой кривизны
- 2.13) экстремальность главных кривизн, приложение к решению задач
- 2.14) формулировка теоремы Менье
- 2.15) формула Эйлера

3. Дериационные формулы и геодезические

- 3.1) дериационные формулы
- 3.2) формула для символов Кристоффеля в терминах компонент индуцированной метрики
- 3.3) определение геодезических
- 3.4) свойства геодезических: существование и единственность
- 3.5) свойства геодезических: геодезические на касающихся поверхностях
- 3.6) свойства геодезических: неподвижные точки изометрии
- 3.7) свойства геодезических на поверхностях вращения: теорема Клеро
- 3.8) свойства геодезических: локальная минимизация длины

4. Отображения поверхностей

- 4.1) определение отображения поверхностей
- 4.2) дифференциал гладкого отображения поверхностей
- 4.3) изометричные отображения регулярных поверхностей
- 4.4) формулировка «блистательной» (Egregium) теоремы Гаусса
- 4.5) приложения «блистательной» теоремы Гаусса (изометричные отображения, локальные координаты)

5. Плоскость Лобачевского:
 - 5.1) модель в круге: вид прямых Лобачевского
 - 5.2) модель в круге: вид метрики
 - 5.3) модель в круге: вид движений, группа изометрии
 - 5.4) модель на верхней полуплоскости: вид прямых Лобачевского
 - 5.5) модель на верхней полуплоскости: вид метрики
 - 5.6) модель на верхней полуплоскости: вид движений, группа изометрии
6. Топология:
 - 6.1) определение топологического пространства
 - 6.2) определение открытых и замкнутых множеств
 - 6.3) определение окрестности точки в топологическом пространстве
 - 6.4) определение хаусдорфова топологического пространства
 - 6.5) определение связного топологического пространства
 - 6.6) определение непрерывного отображения через непрерывность в точке
 - 6.7) определение непрерывного отображения топологических пространств через открытые множества
 - 6.8) определение непрерывного отображения топологических пространств через замкнутые множества
 - 6.9) определение гомеоморфизма
 - 6.10) определение непрерывной кривой в топологическом пространстве
 - 6.11) определение линейно связного топологического пространства
 - 6.12) определение покрытия топологического пространства
 - 6.13) определение компактного топологического пространства
7. Многообразия:
 - 7.1) определение топологического многообразия
 - 7.2) определение карты топологического многообразия
 - 7.3) определение атласа топологического многообразия
 - 7.4) определение функций перехода или отображений склейки
 - 7.5) определение гладких многообразий
 - 7.6) определение координатной записи непрерывного отображения многообразий
 - 7.7) определение гладкого отображения гладких многообразий
 - 7.8) определение диффеоморфизма
8. Три определения касательного вектора
 - 8.1) определение касательного вектора через классы эквивалентности кривых
 - 8.2) координатное определение касательного вектора
 - 8.3) определение касательного вектора через дифференцирование функций
9. Три определения дифференциала гладкого отображения гладких многообразий
 - 9.1) определение дифференциала через классы эквивалентности кривых
 - 9.2) координатное определение дифференциала
 - 9.3) определение дифференциала через дифференцирование функций
10. Вложения и погружения:
 - 10.1) определение погружения гладких многообразий
 - 10.2) определение вложения гладких многообразий
 - 10.3) формулировка теоремы о вложении гладкого замкнутого многообразия
 - 10.4) формулировка теоремы Уитни
11. Три определения ориентируемости гладкого многообразия
 - 11.1) определение ориентируемости через атласы

- 11.2) определение ориентируемости через перенос ориентации вдоль путей
- 11.3) определение ориентируемости через перенос ориентации вдоль петель
- 12. Теорема классификации связных замкнутых двумерных многообразий, примеры
 - 12.1) формулировка теоремы классификации
 - 12.2) определение рода связного замкнутого двумерного многообразия
 - 12.3) род и ориентируемость сферы, тора, бутылки Клейна, проективной плоскости

Важное замечание. К каждому определению студент должен уметь приводить примеры, иллюстрирующие это определение