1968 г. январь—февраль *т. XXIII, вып. 1 (139)*
УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ В СССР

ПЕТР КОНСТАНТИНОВИЧ РАШЕВСКИЙ

(к шестидесятилетию со дня рождения)

27 июля 1967 г. исполнилось 60 лет со дня рождения известного советского математика Петра Константиновича Рашевского.

Научное творчество Петра Константиновича неразрывно связано с Московским государственным университетом, где он начинал свой путь студентом (1923—1928), проходил аспирантуру (1928—1931), защищал кандидатскую (1933) и докторскую (1936) диссертации и профессором которого он состоит с 1934 г. В настоящее время П. К. Рашевский возглавляет кафедру дифференциальной геометрии в МГУ.

В статье, написанной по случаю 50-летнего юбилея П. К. Рашевского (УМН **13**, вып. 1 (79) (1958), 225—231), очерчен жизненный путь П. К. Рашевского и довольно подробно охарактеризовано его научное творчество 30-х и 40-х годов. Учитывая это, мы считаем возможным ограничить рамки этой статьи деятельностью П. К. Рашевского в 50-х и 60-х годах.

Для научного облика П. К. Рашевского характерна чрезвычайная разносторонность и широта научных интересов. Первые статьи П. К. Рашевского относились к тензорной дифференциальной геометрии. Однако вслед за ними появились работы по дифференциальным уравнениям и по квантовой статистике, по теории групп Ли и по квантовой электродинамике, по теории обобщенных функций и по геометрии однородных пространств.

В последние годы научные интересы П. К. Рашевского концентрируются вокруг проблем, связанных с изучением групп Ли и однородных пространств; из 25 работ, опубликованных им начиная с 1950 г., этой теме посвящены 13.

Серия работ [50], [51], [59] содержит описание всех конечномерных линейных представлений групп Ли с нильпотентным радикалом и, как важный частный случай,— дифференциальных групп. В последнем случае оказалось, что все представления реализуются на «сверхтензорах», т. е. системах величин вида $Z^{I_1 \ldots I_p}_{J_1 \ldots J_q}$, где каждый «сверхиндекс» I или J пробегает всевозможные сочетания с повторениями (i_1), (i_1, i_2), $\ldots$, $(i_1, i_2, \ldots, i_v)$ из обычных индексов $1, 2, \ldots, n$, взятых в количестве $1, 2, \ldots, v$;

здесь имеется в виду дифференциальная группа D_ν, действующая на многообразии размерности n в окрестности какой-либо его точки. Тем самым было показано, что «сверхтензоры» исчерпывают все линейные дифференциально-геометрические объекты.

Вновь к вопросу о линейных представлениях П. К. Рашевский возвращается в работах [64], [66], но уже на совершенно другой основе. В этих работах он вводит некоторую новую конструкцию —«ассоциативную сверхоболочку» $F(G)$ произвольной конечномерной алгебры Ли G. Это — ассоциативная алгебра, представляющая собой пополнение (по некоторой системе норм) обычной ассоциативной оболочки (или, что то же, универсальной обертывающей алгебры) $U(G)$ алгебры Ли G. Многочлены от базисных векторов алгебры Ли G, из которых состоит $U(G)$, превращаются в степенные ряды с определенными ограничениями на рост коэффициентов: грубо говоря, эти степенные ряды соответствуют целым аналитическим функциям от r комплексных аргументов $z_1, \ldots, z_r$ (где $r = \dim G$), растущим медленнее $e^{\varepsilon(|z_1| + \ldots + |z_r|)}$ при сколь угодно малом $\varepsilon > 0$. Таким образом, сверхоболочка $F(G)$ является как бы промежуточным звеном между алгеброй Ли G и соответствующей группой Ли $\mathcal{G}$, соединяя в себе черты алгебры и анализа. Если истолковывать элементы алгебры Ли G как операторы левых сдвигов на группе Ли $\mathcal{G}$, то каждый элемент $f \in F(G)$ превращается в «дифференциальный оператор бесконечно большого порядка», действующий на $\mathcal{G}$. Исследуя возникающее таким образом представление алгебры $F(G)$, П. К. Рашевский устанавливает естественное соответствие между его неприводимыми подпредставлениями и максимальными замкнутыми идеалами алгебры $F(G)$.

Изучение указанного выше «регулярного» представления алгебры $F(G)$ следует считать естественным промежуточным шагом перед обращением к более трудной и важной задаче — изучению любых бесконечномерных представлений алгебры $F(G)$, а вместе с тем и представлений группы Ли $\mathcal{G}$.

Заслуживают внимания работы П. К. Рашевского по алгебраическим группам Ли [52] и проективным представлениям однородных пространств [62]. Во второй из них выяснены условия, при которых однородное пространство $M = \mathcal{G}/\mathcal{H}$ ($\mathcal{G}$ — группа движений, $\mathcal{H}$ — стационарная подгруппа) допускает проективную модель; последнее означает, что M реализуется как подмногообразие в проективном пространстве, а $\mathcal{G}$ — как подгруппа проективной группы, переводящая это подмногообразие в себя.

Значительным достижением являются исследования П. К. Рашевского по теории симметрических пространств. Эти исследования стимулированы основополагающими работами Э. Картана; заметим попутно, что ряд статей Э. Картана в русском переводе вошел в сборник «Геометрия групп Ли и симметрические пространства», который П. К. Рашевский снабдил весьма ценными примечаниями. Теория симметрических пространств (римановых или аффинной связности) явилась подлинным открытием в геометрии; по обнаружившемуся богатству связей — с алгеброй, функциональным анализом, теорией функций комплексного переменного и т. д. — эта теория, пожалуй, не имеет в геометрии ничего равного.

Симметрическое пространство в смысле Э. Картана — это пространство аффинной связности без кручения, тензор кривизны которого сохраняется при параллельном перенесении. Название «симметрическое» связано с одним важным геометрическим свойством таких пространств, которое может быть принято за определение: геодезическая симметрия относительно любой точки есть автоморфизм пространства, т. е. такое преобразование, при котором заданная аффинная связность переходит в себя. Примерами симметрических пространств могут служить пространства постоянной кривизны, классические области в комплексном аффинном пространстве и т. д. П. К. Рашевский ввел в рассмотрение новый класс пространств, представляющих собой пространства аффинной связности с кручением, у которых при параллельном переносе сохраняются как тензор кривизны, так и тензор кручения; эти пространства он назвал симметрическими пространствами с кручением и посвятил им работы [43], [45], [46]. Две последние из них, вышедшие под названием «О геометрии однородных пространств», имеют особое значение. В них для весьма широкого класса однородных пространств единообразным методом вскрывается свойственная этим пространствам геометрия. А именно, эта геометрия оказывается геометрией симметрического пространства аффинной связности, вообще говоря, с кручением. К сожалению, эти работы П. К. Рашевского не были оценены в свое время должным образом; его результаты были переоткрыты К. Номидзу и с тех пор вошли в число классических. Соответствующий класс однородных пространств, получивших название «редуктивных пространств», оказался чрезвычайно полезным для многих исследований по однородным пространствам.

Несколько особняком стоят работы П. К. Рашевского по математическим вопросам квантовой электродинамики. Людям, знающим Петра Константиновича, известно, сколько сил, умственной и интеллектуальной энергии вложил П. К. Рашевский в изучение этих вопросов. Однако специалистам известно также и то, насколько труден этот раздел науки, упорно не поддающийся усилиям самых изощренных умов. И хотя идеи П. К. Рашевского в этой области не получили реализации, известной компенсацией может служить превосходно написанный обзор [60], в котором проблема обоснования квантовой электродинамики была доведена до той черты, которая только и возможна в настоящий момент.

Читая работы П. К. Рашевского, нельзя не обратить внимания на одну важную их особенность — исключительную ясность в постановке задач и методах их решения. Каждая статья П. К. Рашевского может служить образцом продуманного изложения, а его большие обзоры [48], [53], [60] вполне можно рассматривать как законченные главы учебников по соответствующим дисциплинам. Теми же высокими методологическими и литературными достоинствами обладают и книги П. К. Рашевского, в которых в полной мере отражена ясность научной мысли их автора, бесспорно относящегося к «классикам» (а не «романтикам»), если исходить из известной классификации научных работников, принадлежащей В. Освальду.

Присущая П. К. Рашевскому глубина и продуманность основных установок, касающихся науки, в полной мере проявляется в его деятельности в качестве заведующего кафедрой дифференциальной геометрии МГУ, руководителя научных семинаров и редактора-составителя «Трудов семинара по векторному и тензорному анализу» при МГУ. Хорошо известно, что геометрия в настоящее время переживает определенный кризис, связанный с разочарованием в концепциях локальной дифференциальной геометрии и возникновением новых точек зрения, диктуемых в известной мере топологией и связанных с глобальным изучением дифференциально-геометрических объектов. Этот кризис вызвал широкое международное движение за модернизацию преподавания геометрии в высшей школе. П. К. Рашевский отнюдь не склонен закрывать глаза на современные тенденции в преподавании геометрии. Он выступил с развернутыми предложениями по перестройке университетского курса геометрии на базе теории гладких многообразий и современных подходов к дифференциально-геометрическим структурам. От автора пользующихся заслуженной известностью учебников по дифференциальной геометрии и римановой геометрии, отражающих педагогические установки предшествующего периода, такое выступление, несомненно, потребовало определенного мужества. В порядке реализации этих идей П. К. Рашевский читал в МГУ такие курсы, как «Теория гладких многообразий» и «Когомологии однородных пространств».

Эту же тенденцию к «осовремениванию» деятельности кафедры можно обнаружить и в диссертационных темах аспирантов кафедры дифференциальной геометрии, в списках читаемых по кафедре специальных курсов. Особенно поучительным представляется нам сопоставление оглавления последних томов «Трудов семинара по тензорному и векторному анализу при МГУ» с оглавлением первых томов, выпускавшихся еще под редакцией В. Ф. Кагана,— здесь почти полностью исчезли статьи по локальной дифференциальной геометрии, а их место заняли статьи по однородным пространствам, по интегральной геометрии в современном понимании этих слов, по многомерной «геометрии в целом». Эта тематика преобладает и в деятельности руководимого П. К. Рашевским семинара по теории однородных пространств на механико-математическом факультете МГУ, явившегося настоящей школой для многих молодых и уже не очень молодых геометров. Для участников этого семинара всегда будет служить образцом научная принципиальность, глубина понимания математических проблем и беспощадная ясность мысли его руководителя.

Пожелаем же Петру Константиновичу дальнейших успехов в его многогранной научной, педагогической и литературной деятельности.

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ П. К. РАШЕВСКОГО[1])

1950

43. Симметрические пространства аффинной связности с кручением, Труды семин. по векторн. и тенз. анализу, вып. 8, 82—92.
44. О паре связностей на n-мерных поверхностях в $2n$-мерном расслоенном пространстве, Труды семин. по векторн. и тенз. анализу, вып. 8, 301—313.

---

[1]) Начало списка помещено в УМН **13**, вып. 1 (79).

1951

45. О геометрии однородных пространств, ДАН **80**, 169—171.

1952

46. О геометрии однородных пространств, Труды семин. по векторн. и тенз. анализу, вып. 9, 49—74.

1953

47. Риманова геометрия и тензорный анализ, М., Гостехиздат, 635 стр. (изд. 2—1964 г.; изд. 3—1967 г.).
48. О некоторых основных теоремах теории групп Ли, УМН 8, вып. 1, 3—20.
49. О распространении операционного исчисления на краевые задачи, УМН 8, вып. 4, 65—80.

1954

50. Линейные дифференциально-геометрические объекты, ДАН **97**, 609—611.
51. О линейных представлениях неполупростых групп Ли с нильпотентным радикалом, ДАН **97**, 781—783.

1954

52. Внутренне-алгебраические группы Ли, ДАН **98**, 539—540.

1955

53. Теория спиноров, УМН **10**, вып. 2, 3—110.
54. Многомерные δ-функции и дифференциально-геометрические объекты, УМН **10**, вып. 4, 145—152.

1956

55. Курс дифференциальной геометрии, изд. 4-е, М., Гостехиздат, 420 стр.
56. Линейная полупростая группа как группа инвариантности тензора четвертой валентности, Труды семин. по векторн. и тенз. анализу, вып. 10, 105—117.
57. Теория однородных пространств, Труды III Всесоюзн. матем. съезда, Москва, июнь — июль 1956 г., т. II, М., Изд-во АН СССР, 64.
58. О линейных представлениях однородных пространств, Труды III Всесоюзного математического съезда, Москва, июнь — июль 1956 г., т. II, М., Изд-во АН СССР, 142.

1957

59. О линейных представлениях дифференциальных групп и групп Ли с нильпотентным радикалом, Труды Моск. матем. о-ва **6**, 337—370.

1958

60. О математических основах квантовой электродинамики, УМН **13**, вып. 3, 3—110.

1960

61. Геометрия и ее аксиоматика, Матем. просвещение, вып. 5, 73—98.
62. О проективных представлениях однородных пространств, Матем. сб. **50** (**92**): 2, 171—202.

1961

63. Дальнейшее развитие вопроса о метрической двойственности, В кн. В. Ф. Кагана «Субпроективные пространства», М., 215—218.

1963

64. Ассоциативная сверхоболочка алгебры Ли и ее бесконечномерные представления в пространстве аналитических ростков, ДАН **151**, № 4, 778—780.

1965

65. О замкнутых идеалах в одной счетно-нормированной алгебре целых аналитических функций, ДАН **162**, № 3, 513—515.

1966

66. Ассоциативная сверхоболочка алгебры Ли, ее регулярное представление и идеалы, Труды Моск. матем. о-ва **15**, 3—54.
67. О структуре тензоров, допускающих данную группу, ДАН **177**, № 2, 275—276.

Н. В. Ефимов, А. С. Солодовников и *И. М. Яглом*