1958 г. январь—февраль *т. XIII, вып. 1(79)*

УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

ПЕТР КОНСТАНТИНОВИЧ РАШЕВСКИЙ

(к пятидесятилетию со дня рождения)

27 июля 1957 г. исполнилось 50 лет со дня рождения выдающегося советского геометра, профессора Московского университета Петра Константиновича Рашевского.

Петр Константинович родился в 1907 г. в Москве в семье известного математика-методиста, автора ряда оригинальных школьных учебников Константина Николаевича Рашевского (1879—1956). В 1919 г. семья П. К. переехала в г. Раненбург Рязанской губернии (ныне г. Чаплыгин), где отец П. К. работал преподавателем и заведующим кафедрой математики учительского института.

В 1923 г., окончив среднюю школу в Раненбурге, П. К. поступил на математическое отделение физико-математического факультета МГУ, и с этого времени он неразрывно связан с Московским университетом. Со студенческой скамьи П. К. становится одним из активнейших учеников основателя московской тензорной дифференциально-геометрической школы В. Ф. Кагана. В сентябре 1927 г., на одном из первых заседаний организованного В. Ф. Каганом семинара по векторному и тензорному анализу при МГУ, разрабатывающего в основном вопросы тензорной дифференциальной геометрии, студент Рашевский рассказывает о своих первых самостоятельных результатах, относящихся к теории тензорного поля, зависящего не от одной, а от двух точек пространства [4], и с тех пор П. К. является одним из деятельнейших участников семинара, а после смерти В. Ф. Кагана—его руководителем.

В 1928 г. П. К. оканчивает МГУ и в 1928—1931 гг. проходит аспирантуру под руководством В. Ф. Кагана. В 1933 г., к моменту защиты П. К. кандидатской диссертации, он имеет шесть статей, напечатанных в «Докладах» Парижской Академии наук, «Математическом сборнике» и «Трудах семинара по векторному и тензорному анализу». Эти статьи, относящиеся к весьма разнообразным вопросам геометрии—теории субпроективных пространств [1,] [6], теории прямолинейных конгруэнций в n-мерном евклидовом пространстве [2], геометрии двумерных пространств аффинной связности [3], представлению инфинитезимальной группы движений с помощью векторов над алгеброй так называемых дуальных чисел (чисел вида $a+b\varepsilon$, где $\varepsilon^2=0$)

[7], теории конформного отображения [8],—и были представлены П. К. в качестве кандидатской диссертации. В 1934 г. П. К. Рашевскому присваивается ученое звание профессора. В 1936 г. П. К. защитил в МГУ докторскую диссертацию «Полиметрическая геометрия».

Уже в кандидатской диссертации П. К. выявились основные черты его научного облика—разносторонность интересов и исключительная четкость в постановке задачи и в ее решении. Обе эти особенности характерны и для всего дальнейшего научного творчества П. К. Научные интересы П. К. весьма разнообразны: они охватывают геометрии пространств, являющихся обобщениями пространств постоянной кривизны—субпроективных [1], [6], полиметрических [11], [12], [13], [19], [30], расслоенных [37], [43], симметрических [40], [44], [45]; теорию геометрических объектов [41], [49], [53]; теорию конгруэнций в многомерном пространстве [2], [15]; обобщения римановых пространств [9], [10], [25]; топологические вопросы дифференциальной геометрии [21]; аксиоматику евклидовой и проективной геометрии [28], [29], [35], [36]; теорию групп Ли [7], [16], [18], [20], [47], [50], [51], [55], [57]; конформные отображения [8], [14]; теорию алгебр [31], [32]; теорию обобщенных функций [48], [53]; дифференциальные уравнения [34], [48]; теорию упругости [33]; теорию относительности [46]; квантовую статистику [42] и теорию спиноров [52]. Авторы помнят также изящное изложение спектральной теории линейных операторов, проведенное П. К. в ряде докладов, а в последние годы П. К. читает в МГУ чрезвычайно интересный курс математических вопросов квантовой электродинамики и подготовляет сейчас издание этого курса в виде книги.

Основное место в научных интересах П. К. занимает геометрия пространств, являющихся обобщениями пространств постоянной кривизны (неевклидовых пространств). Задача дифференциально-геометрического изучения этих пространств методами тензорного анализа была поставлена В. Ф. Каганом, бывшим одним из крупнейших специалистов по неевклидовой геометрии и основаниям геометрии и перешедшим к тензорной дифференциальной геометрии в связи с занятиями геометрическими вопросами общей теории относительности. Одна из первых работ П. К. относилась к разработке созданной В. Ф. Каганом теории субпроективных пространств [1], [6], являющихся одними из простейших обобщений пространств постоянной кривизны. Другими обобщениями неевклидовых геометрий являются биметрические геометрии [11], [12], [13], также представляющие собой развитие исследований В. Ф. Кагана по метрической двойственности. Систематическому изложению теории биметрических систем и являющихся их непосредственным обобщением триметрических систем посвящена докторская диссертация П. К. [30].

Основная идея работ П. К. по полиметрической геометрии чрезвычайно проста: руководствуясь аналогией с геометрией евклидовой (или эллиптической) плоскости, П. К. рассматривает трехпараметрическое множество элементов, которые можно условно называть «линейными элементами», и в этом множестве две финслеровы метрики—«метрику углов» и «метрику расстояний»; «нулевые линии» первой метрики можно назвать «прямыми», а второй метрики—«точками». В эту достаточно общую схему П. К. вкладывает большое конкретное содержание, рассматривая всевозможные частные типы биметрических систем и доказывая много теорем, являющихся обобщениями хорошо известных теорем геометрии евклидовой или эллиптической плоскости. Эти работы нашли продолжение в ряде исследований учеников П. К., но вне школы П. К. они оценены, на наш взгляд, еще недостаточно: можно отметить, например, что зарубежные специалисты по интегральной геометрии явно не знакомы с работами П. К. и его ученика Б. В. Лесового, значительно обобщающими некоторые из принятых в этой дисциплине концепций.

Обобщениями пространств постоянной кривизны, родственными так называемым A-пространствам П. А. Широкова (часто называемым келеровыми пространствами), являются расслоенные пространства в смысле П. К. Рашевского [37], [43]. Важнейшим обобщением неевклидовых пространств являются симметрические пространства Э. Картана, которым посвящена работа [40], за которой следует ряд работ по дальнейшему обобщению симметрических пространств на случай пространств с кручением [44], [45].

Симметрические пространства в смысле Картана можно определить как пространства аффинной связности без кручения, тензор кривизны которых сохраняется при параллельном перенесении; в этом смысле симметрические пространства Картана можно назвать «пространствами постоянной кривизны», частными случаями которых являются обычные пространства постоянной кривизны. Симметрические пространства Картана могут быть реализованы в виде многообразий некоторых геометрических образов в евклидовых, неевклидовых и других более простых пространствах, причем эти геометрические образы являются «образами симметрии», т. е. относительно этих образов можно определить «отражения», подобные отражению от точки, отражению от прямой или отражению от окружности (инверсии). П. К. ввел в рассмотрение новый класс пространств, представляющих собой пространства аффинной связности с кручением, у которых при параллельном перенесении сохраняются как тензор кривизны, так и тензор кручения; эти пространства П. К. назвал симметрическими пространствами с кручением и показал, что эти пространства также могут быть реализованы в виде многообразий некоторых геометрических образов, которые, однако, уже не являются образами симметрии. Теория групп Ли, которой посвящен целый ряд интересных работ П. К., также тесно связана с теорией симметрических пространств.

Отметим ряд недавних работ П. К., посвященных представлениям групп Ли. К их числу относится работа [49], содержащая описание всех (конечномерных) линейных представлений дифференциальных групп (т. е. групп всевозможных v раз дифференцируемых преобразований координатных систем, рассматриваемых в окрестности данной точки с точностью v-го порядка) и описание всех линейных дифференциально-геометрических объектов. Оказалось, что здесь существует общая схема, аналогичная описанию представлений полной линейной группы с помощью схем Юнга. В работе [57] дается необходимое и достаточное условие (локальной) реализации произвольного однородного пространства в виде поверхности транзитивности проективного пространства.

С работами П. К. по тензорной дифференциальной геометрии тесно связан интерес П. К. к математической теории относительности, оригинальное изложение которой дано им в книге [46]. Интерес к математической теории относительности закономерно привел П. К. к математическим вопросам квантовой физики. С этими вопросами связаны алгебраические работы П. К. [31], [32], работы по теории обобщенных функций [48], [53], квантовой статистике [42], теории спиноров [52] и квантовой электродинамике.

Интересны результаты П. К., относящиеся к проективной геометрии и к основаниям геометрии. Так, в работе [28] доказана принципиальная роль аксиом Дезарга и Паскаля в проективной геометрии, которые, как оказалось, единственные из всех конфигурационных аксиом совместимы хотя бы со слабым подобием аксиом порядка и непрерывности.

Особо надо отметить написанные П. К. учебники по дифференциальной геометрии (4 издания: [24], [26], [39], [54]), по римановой геометрии и тензорному анализу (два варианта: [17], [46]), по геометрической теории дифференциальных уравнений с частными производными [34]. Нельзя также не упомянуть о содержательной вступительной статье П. К. к «Основаниям геометрии» Гильберта [35], превосходной и как литературное произведение. Всем книгам П. К. свойственна присущая их автору ясность и исключительная продуманность, делающая их замечательными пособиями для начинающих математиков. По научной строгости и четкости определений эти книги почти не имеют равных в мировой дифференциально-геометрической литературе; недаром А. Д. Александров, выступивший несколько лет назад с развернутой критикой советских и зарубежных учебников по дифференциальной и римановой геометрии, вынужден был сделать исключение для учебников П. К.

Эти же качества присущи лекциям П. К. Его изложение, внешне не особенно эффектное, покоряет слушателей внутренней стройностью и продуманностью деталей. Педагогическая деятельность П. К. началась еще во время прохождения им аспирантуры. П. К. работает в МГУ с 1930 г. по настоящее время, попутно ведя преподавательскую работу в Московском энергетическом институте (1930—1934 гг.), в Индустриально-педагогическом институте им. К. Либкнехта, где П. К. заведовал кафедрой геометрии (1931—1941 гг.); в 1941—1944 гг. П. К. работал заведующим кафедрой математики Томского педагогического института и с 1942 г.—заведующим кафедрой математики Московского электро-механического института инженеров транспорта (до 1944 г.—в Томске, а с 1944 г.—в Москве); после слияния в 1954 г. МЭМИИТ с Московским институтом инженеров транспорта П. К.—профессор МИИТ. П. К. воспитал большое количество геометров Советского Союза, в том числе успешно защитивших докторские диссертации Б. А. Розенфельда, Н. Н. Яненко, И. П. Егорова, М. А. Джавадова, А. З. Петрова.

А. П. Норден
Б. А. Розенфельд
И. М. Яглом

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ П. К. РАШЕВСКОГО

1930

1. Sur les espaces sous-projectifs, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) **191**, 547—548.

1931

2. Sur les congruences à plusieurs dimensions, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris), **192**, 137—138.

1932

3. Характеристический признак семейства геодезических аффинно-связного пространства двух измерений, Матем. сб. **39**, 72—80.

1933

4. Двуточечные тензоры и их применения к геометрии, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 1, 6.
5. Тензорный анализ ступени k, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 1,7.
6. Caractères tensoriels de l'espace sous-projectiv, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 1, 126—142.
7. Sur l'interprètation infinitésimale du système des vecteurs duals, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) **197**, 217—220.
8. Un criterium caractéristique des représentations conformes e^z, $\ln z$, $\frac{\alpha z+\beta}{\gamma z+\delta}$, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) **197**, 291—294.

1934

9. Геодезические линии двухмерного пространства аффинной связи в бесконечно малом с точностью четвертого порядка, ДАН **3**, 313—316.
10. Геодезические линии двухмерного аффинно-связного пространства в бесконечно малом в связи с измерением площадей, ДАН **3**, 570—571.

1935

11. Метрическая двойственность в двумерной геометрии Финслера, в частности на произвольной поверхности, ДАН **3**, 147—150.
12. Une géométrie métrique duale, fondée sur les espaces de Cartan généralisés, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) **201**, 921—923.
13. Système bimétrique dual, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) **201**, 1088—1090.
14. Représentations conformes z^n, e^z, $\ln z$ au point de vue de géométrie conforme, Матем. сб. **42**, 157—168.
15. Congruence rectiligne dans l'espace euclidien à n dimensions, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 2—3, 212—229.
16. Sur l'interprétation infinitésimale de l'appareil des vecteurs duals, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 2—3, 336—350.

1936

17. Введение в риманову геометрию и тензорный анализ, М.—Л., ОНТИ, 199 стр.
18. Un schéma unifiant la théorie des groupes abstraits avec la théorie de groupes infinitésimaux de Lie, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) **202**, 1012—1013.
19. Systèmes trimétriques et la métrique de Finsler généralisée, Compt. Rend. Acad Sci. (Paris) **202**, 1237—1239.
20. Абстрактно-алгебраическая схема основных теорем теории непрерывных групп, Труды II Всесоюзного математического съезда, т. II, М.—Л., 13—14.

1937

21. Die Sechseckübertragung, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 4, 186—196.

22. Об одном обобщении эллиптической геометрии, сохраняющем теорему синусов, Учен. зап. Пед. ин-та им. Либкнехта, сер. физ.-матем. 1, 50—72.
23. Геометрия конуса нулевых направлений, Учен. зап. Пед. ин-та им. Либкнехта, сер. физ.-матем. 1, 73—93.

1938

24. Курс дифференциальной геометрии, М.—Л., ОНТИ, 336 стр.
25. О соединимости любых двух точек вполне неголономного пространства допустимой линией, Учен. зап. Пед. ин-та им. Либкнехта, сер. физ.-матем. 2, 83—94.

1939

26. Курс дифференциальной геометрии, изд. 2-е, М.—Л., ОНТИ, 360 стр.
27. Одна общая теорема о касании кривых (обобщение теоремы о конечном приращении), Учен. зап. МГУ 30, 185—193.

1940

28. Sur l'unicité de la géométrie projective dans le plan, Матем. сб. 8 (50), 107—120.
29. Sur une géométrie projective avec les nouveaux axiomes de configuration, Матем. сб. 8 (50), 183—204.

1941

30. Полиметрическая геометрия, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 5, 21—147.
31. Les problèmes les plus simples de «l'algebra quasi-commutative» en connexion avec la théorie des valeurs caractéristiques des opérateurs différentiels, Ч. I и II. Матем. сб. 9 (51), 511—544.
32. Les problèmes les plus simples de «l'algébra quasi-commutative» en connexion avec la théorie des valeurs caractéristiques des opérateurs différentiels, Ч. III и IV. Матем. сб. 10 (52), 95—142.

1944

33. О равновесии упругих тел с винтовой симметрией, Матем. сб. 15 (57), 55—70.

1947

34. Геометрическая теория уравнений с частными производными, М.—Л., Гостехиздат, 354 стр.

1948

35. «Основания геометрии» Гильберта и их место в историческом развитии вопроса, Вступительная статья к книге Д. Гильберта «Основания геометрии», М.—Л., Гостехиздат, 7—52.
36. Примечания к «Основаниям геометрии» Д. Гильберта, М.—Л., Гостехиздат, 401—488.
37. Скалярное поле в расслоенном пространстве, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 6, 225—248.
38. Тензорная дифференциальная геометрия, Математика в СССР за 30 лет, М.—Л., Гостехиздат, 883—918.

1949

39. Курс дифференциальной геометрии, изд. 3-е, М.—Л., Гостехиздат, 428 стр.
40. Примечания к книге Э. Картана «Геометрия групп Ли и симметрические пространства», М., ИЛ, 293—330.
41. Теория Галуа в телах геометрических объектов, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 7, 167—186.
42. Статистика Бозе—Эйнштейна и Ферми—Дирака с тензорной точки зрения, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 7, 362—380.

1950

43. О паре связностей на n-мерных поверхностях в $2n$-мерном расслоенном пространстве, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 8, 301—313.

1951

44. О геометрии однородных пространств, ДАН **80**, 169—171.

1952

45. О геометрии однородных пространств, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 9, 49—74.

1953

46. Риманова геометрия и тензорный анализ, М., Гостехиздат, 635 стр.
47. О некоторых основных теоремах теории групп Ли, УМН **VIII**, вып. 1, 3—20.
48. О распространении операционного исчисления на краевые задачи, УМН **VIII**, вып. 4. 65—80.

1954

49. Линейные дифференциально-геометрические объекты, ДАН **97**, 609—611.
50. О линейных представлениях неполупростых групп Ли с нильпотентным радикалом, ДАН **97**, 781—783.
51. Внутренне-алгебраические группы Ли, ДАН **98**, 539—540.

1955

52. Теория спиноров, УМН **X**, вып. 2, 3—110.
53. Многомерные δ-функции и дифференциально-геометрические объекты, УМН **X**, вып. 4, 145—152.

1956

54. Курс дифференциальной геометрии, изд. 4-е, М., Гостехиздат, 420 стр.
55. Линейная полупростая группа как группа инвариантности тензора четвертой валентности, Труды семин. по вект. и тенз. анализу, вып. 10, 105—117.
56. Теория однородных пространств, Труды III Всесоюзного математического съезда, Москва, июнь—июль 1956 г., т. II, М.,изд. АН СССР, 64.
57. О линейных представлениях однородных пространств, Труды III Всесоюзного математического съезда, Москва, июнь—июль 1956 г., т. II, М., изд. АН СССР. 142.

1957

58. О линейных представлениях дифференциальных групп и групп Ли с нильпотентным радикалом, Труды Моск. матем. о-ва **6**, 337—370.