



ПРАКТИКУМ
ПО
Компьютерной геометрии

Алексей А. Тужилин

Краткая история.



В 2002 г. по инициативе А.Т.Фоменко на мехмате был организован специальный курс “Компьютерная геометрия”.

Его ведут Д.П.Ильютко и Г.В.Носовский.



В 2007 году А. Т. Фоменко выдвинул идею создания на мехмате общего годового практикума по компьютерной геометрии для студентов второго и третьего курсов.

Идея была подробно обсуждена и полностью поддержана В. А. Садовничим, В. Н. Чубариковым, В. Н. Латышевым, А. В. Михалевым, Г. М. Кобельковым.

Начиная с весеннего семестра 2009 года, идея А.Т.Фоменко создания такого компьютерно-геометрического практикума была успешно реализована на мехмате сотрудниками нашей кафедры.

Текущее расписание.

На факультете практикум по компьютерной геометрии ведется на каждом отделении.

На отделении механики

курс читает Д.П.Ильютко в 3-м семестре.

На отделении математики

курс читают Ф.Ю.Попеленский и Д.П.Ильютко в 4-м семестре.

Курс состоит из

4-5 лекций для всех групп и

4-5 семинаров для каждой группы.

Зачет — 3 дня.

На третьем году каждая кафедра ведет курс самостоятельно.

На кафедре дифференциальной геометрии и приложений курс читает Г.В.Носовский.

Реализация.

- 1) Были получены средства от МГУ на покупку 20 лицензионных пакетов Wolfram Mathematica 7.
- 2) Было согласовано выделение компьютерного класса (ауд. 13-05) под Практикум (особая благодарность А.В.Михалеву).
- 3) А.О.Ивановым и А.А.Тужилиным на компьютеры этого класса была установленная лицензионная Windows XP (купленная МГУ), специальная бесплатная программа от Microsoft, жестко ограничивающая права студентов, лицензионные пакеты Wolfram Mathematica.

Замечание. Недавно мехмат получил новые компьютеры, и А.О.Иванов и А.А.Тужилин обновили компьютерный класс, поставив на новые компьютеры Windows 7 и пакет Mathematica. Защита от «вредных» студентов – средствами Windows 7.

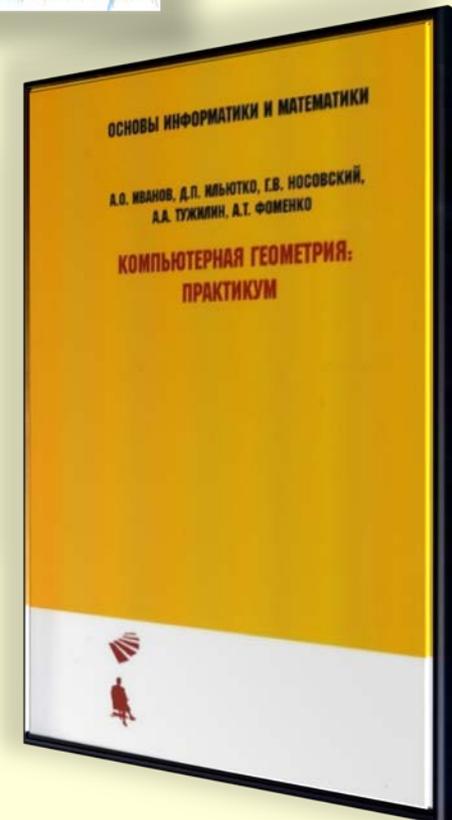
4) Коллективом кафедры, а именно,
А.О.Ивановым, Д.П.Ильютко, Г.В.Носовским,



Ф.Ю.Попеленским, А.А.Тужилиным, А.Т.Фоменко



был создан теоретический курс,
написано и издано учебное пособие.



5) Материалы курса также были выложены на наш кафедральный сайт

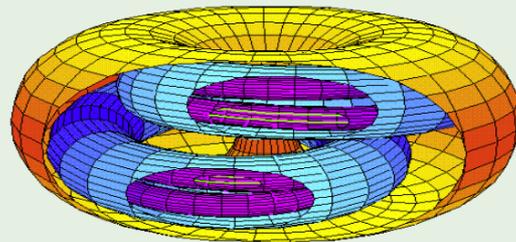
<http://dfgm.math.msu.su>



| |
|---|
| О кафедре |
| История кафедры |
| Фотоальбом |
| Сотрудники |
| Наши студенты |
| Наши аспиранты |
| Научная работа |
| Научные достижения |
| Лаборатория компьютерных методов |
| Digital Vision Laboratory |
| Где работают наши выпускники |
| Международные и внутри-российские связи кафедры |
| Публикации |
| Наши книги |
| Наши статьи |
| Диссертации |
| Работы студентов |
| Студентам |
| Спецкурсы |
| Спецсеминары |
| Учебные материалы |
| Задачи для исследования |
| Олимпиада кафедры |
| Наглядная и компьютерная геометрия и топология |
| Геометрические сюжеты |
| Энциклопедические статьи |
| Задать вопрос |

ΜΗΧΑΝΙΣ ΔΙΦΦΕΡΕΝΤΙΑΛΗΣ ΓΕΟΜΕΤΡΙΑΣ

Добро пожаловать на сайт кафедры
Дифференциальной Геометрии и Приложений
Механико-Математического факультета
Московского Государственного Университета
имени М. В. Ломоносова



Здесь можно познакомиться с историей кафедры, найти информацию о наших [сотрудниках](#), [студентах](#), [аспирантах](#).
Также здесь можно узнать о [научной работе](#), ведущейся на кафедре. В частности, доступна различная информация о [книгах](#), [статьях](#), [диссертациях](#) сотрудников и аспирантов, о [курсовых](#) и [дипломных](#) работах студентов кафедры.
Приглашаем посмотреть наш [фото-альбом](#).
Имеются различные [материалы](#) (в том числе, записки лекций и примеры задач), которые помогут студентам подготовиться к экзаменам и зачетам по курсам, читаемым нашей кафедрой. Также доступна информация о [спецкурсах](#) и [спецсеминарах](#).

СПИСОК ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЕРОВ ОЛИМПИАДЫ ПО ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

для студентов 1-2 курсов мехмата МГУ
(прошедшей 20 апреля 2017 года) [здесь](#)

СТУДЕНТАМ ВТОРОГО КУРСА!

17 АПРЕЛЯ 2017 г.

**СОСТОЯЛАСЬ ВСТРЕЧА СТУДЕНТОВ С НАШЕЙ КАФЕДРОЙ
МАТЕРИАЛЫ ВСТРЕЧИ (26Mb)**

С 2011 года на механико-математическом факультете проводится обучение по различным магистерским программам. Наша кафедра обеспечивает обучение по одной из таких программ:

«Компьютерная геометрия».



Адрес кафедры:

Москва, Воробьевы горы,
МГУ, Главное здание,
ауд. 16-19

Тел.: (495) 939-39-40
Факс: (495) 932-89-94

Электронная почта:
diffgeom@dfgm.math.msu.su

ОБЪЯВЛЕНИЯ

Теперь можно
ЗАДАТЬ ВОПРОС
лектору по курсу лекций
или любому сотруднику
кафедры

Создана [страница](#) с
материалами по новому курсу



«Наглядная геометрия и
топология»

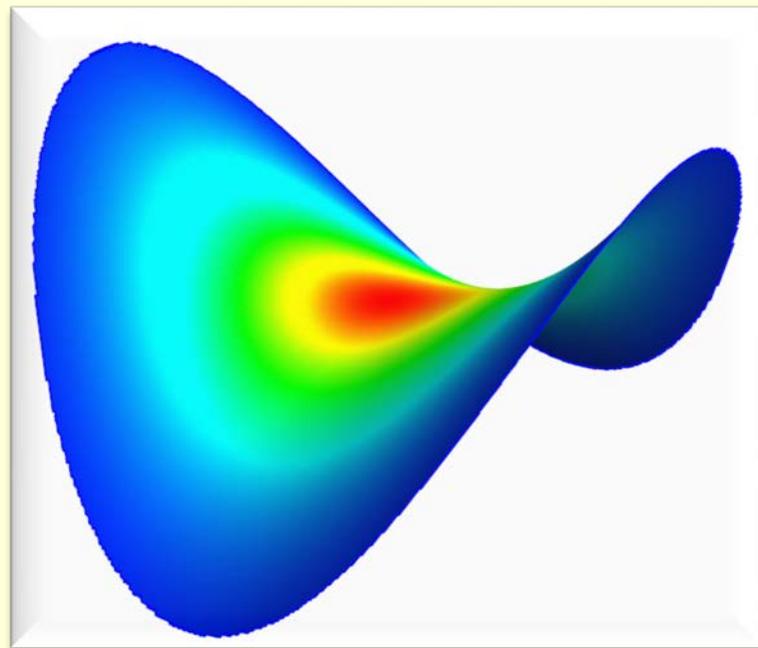
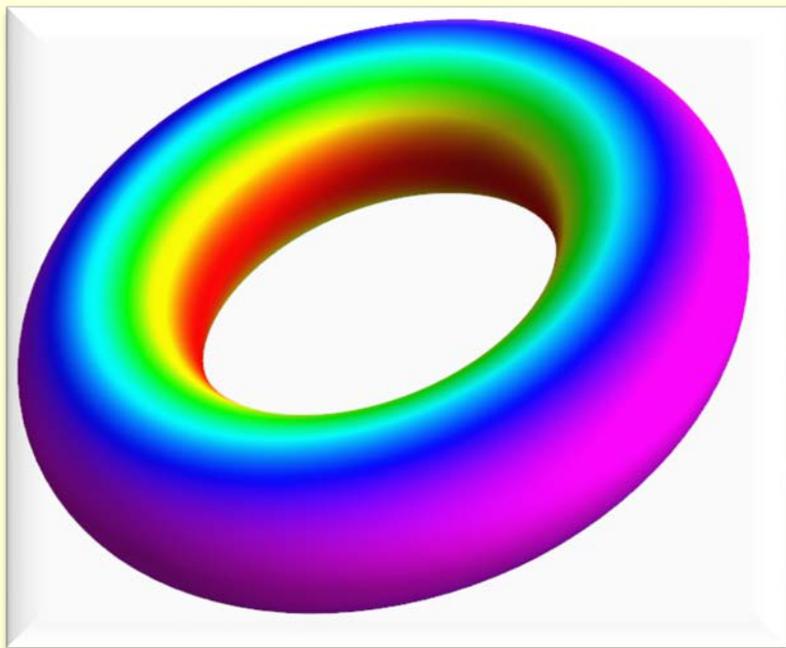
Смотрите в разделе
НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ



[материалы](#)
с лучшими решениями задач
практикума по компьютерной
геометрии

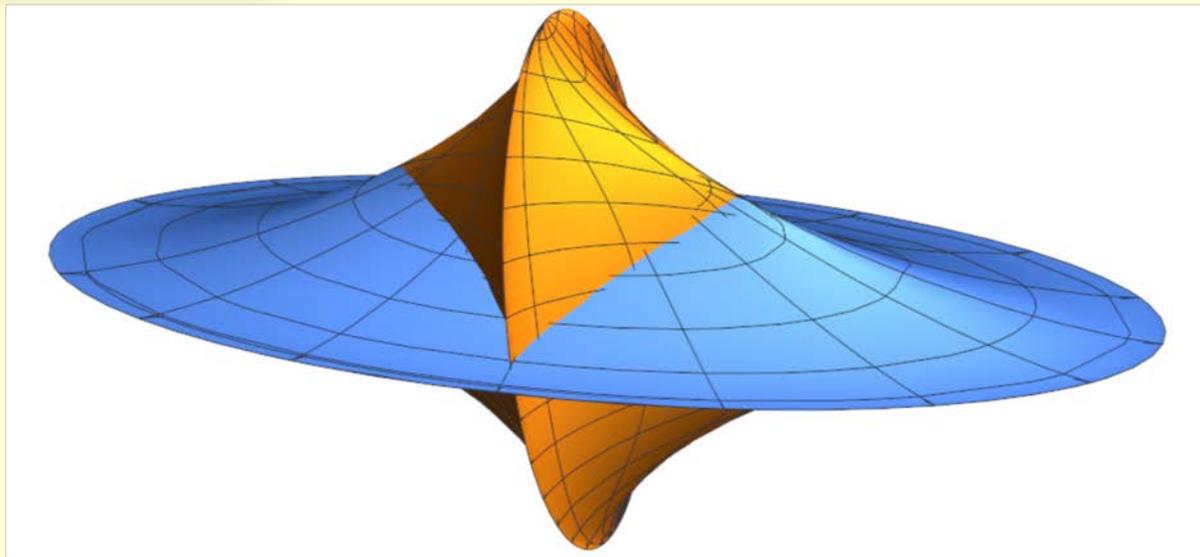
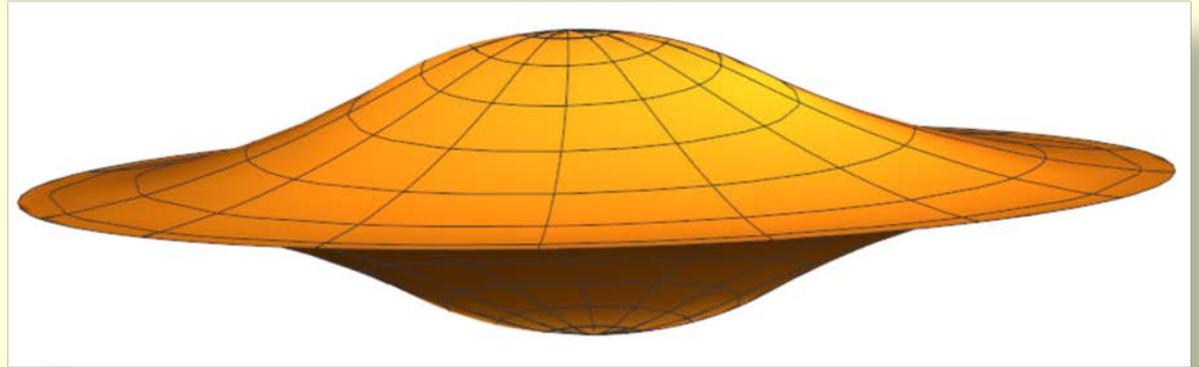
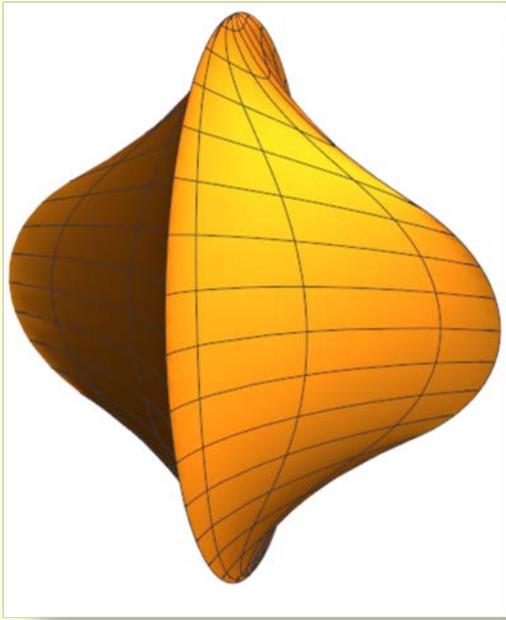
Мотивация создания Практикума.

Сделать обучение студентов геометрическим дисциплинам более наглядным и приближенным к практическим задачам, а также познакомить студентов с основами геометрического компьютерного моделирования.

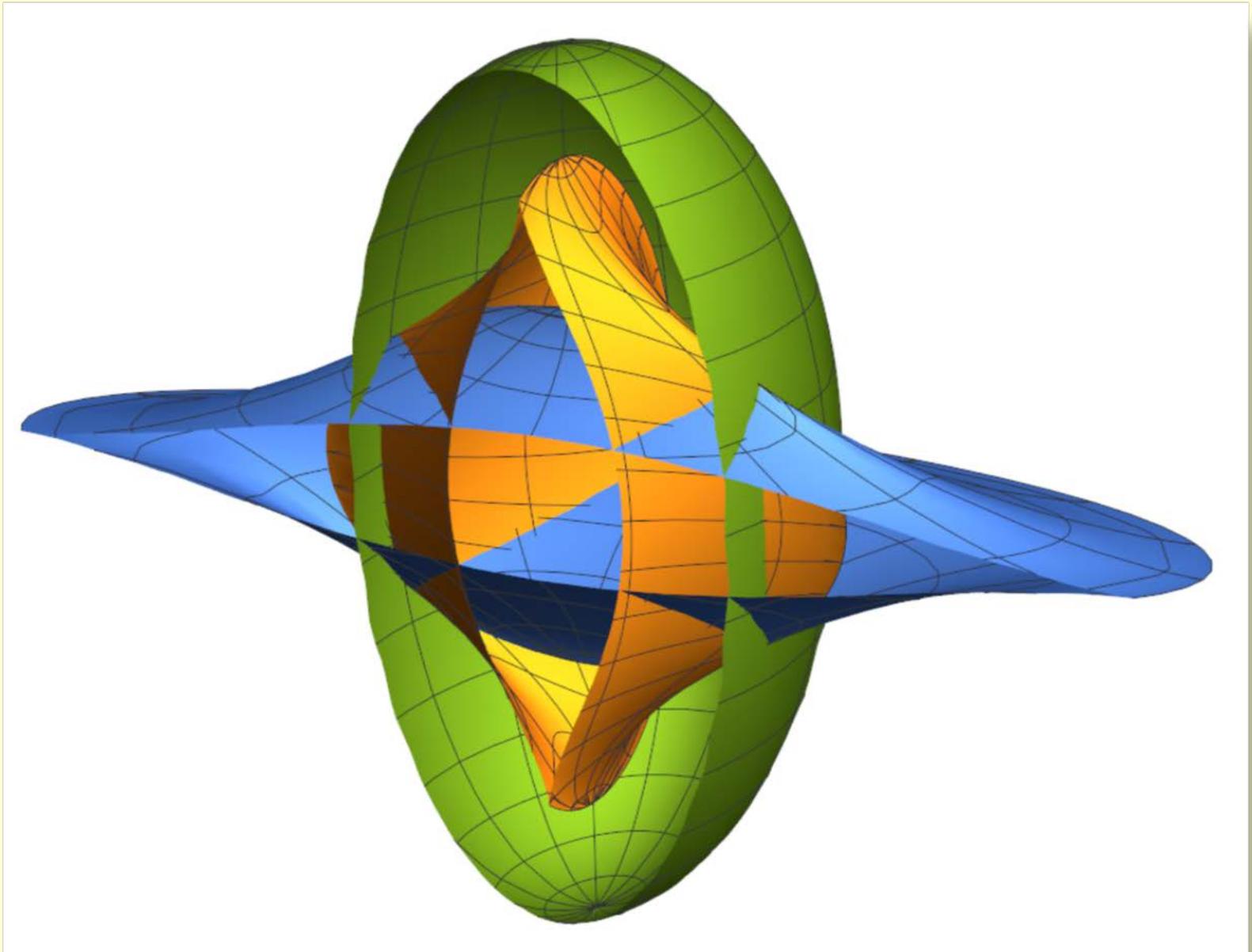


Раскрашиваем поверхность ее гауссовой кривизной.

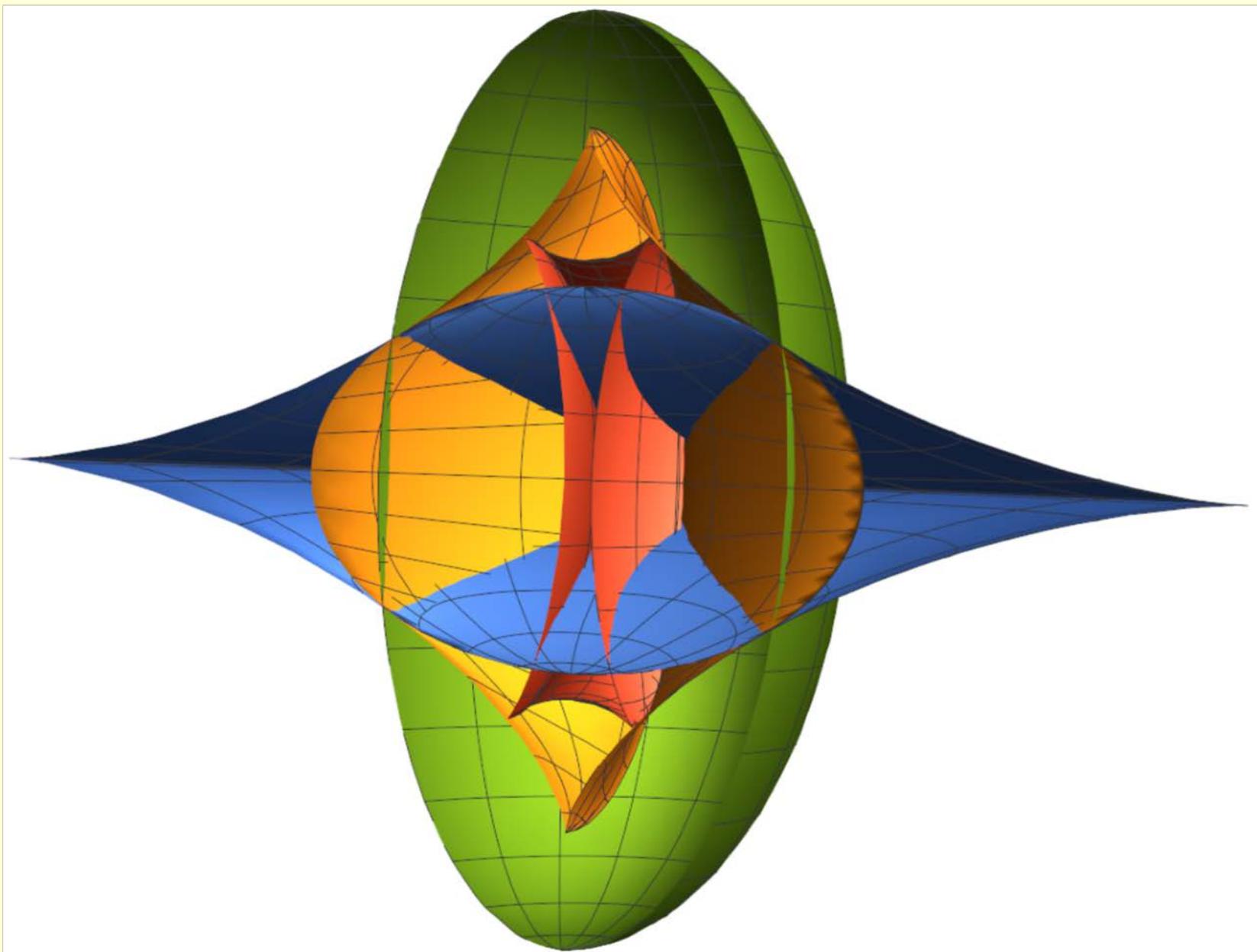
Каустика эллипсоида.



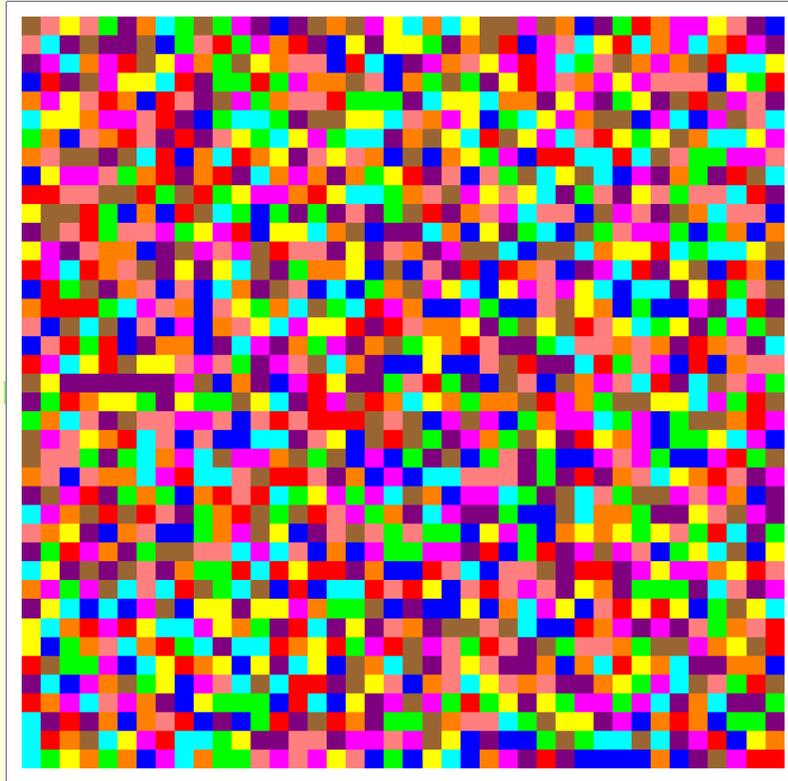
Эллипсоид и его каустика.



Эллипсоид, его каустика и волновой фронт



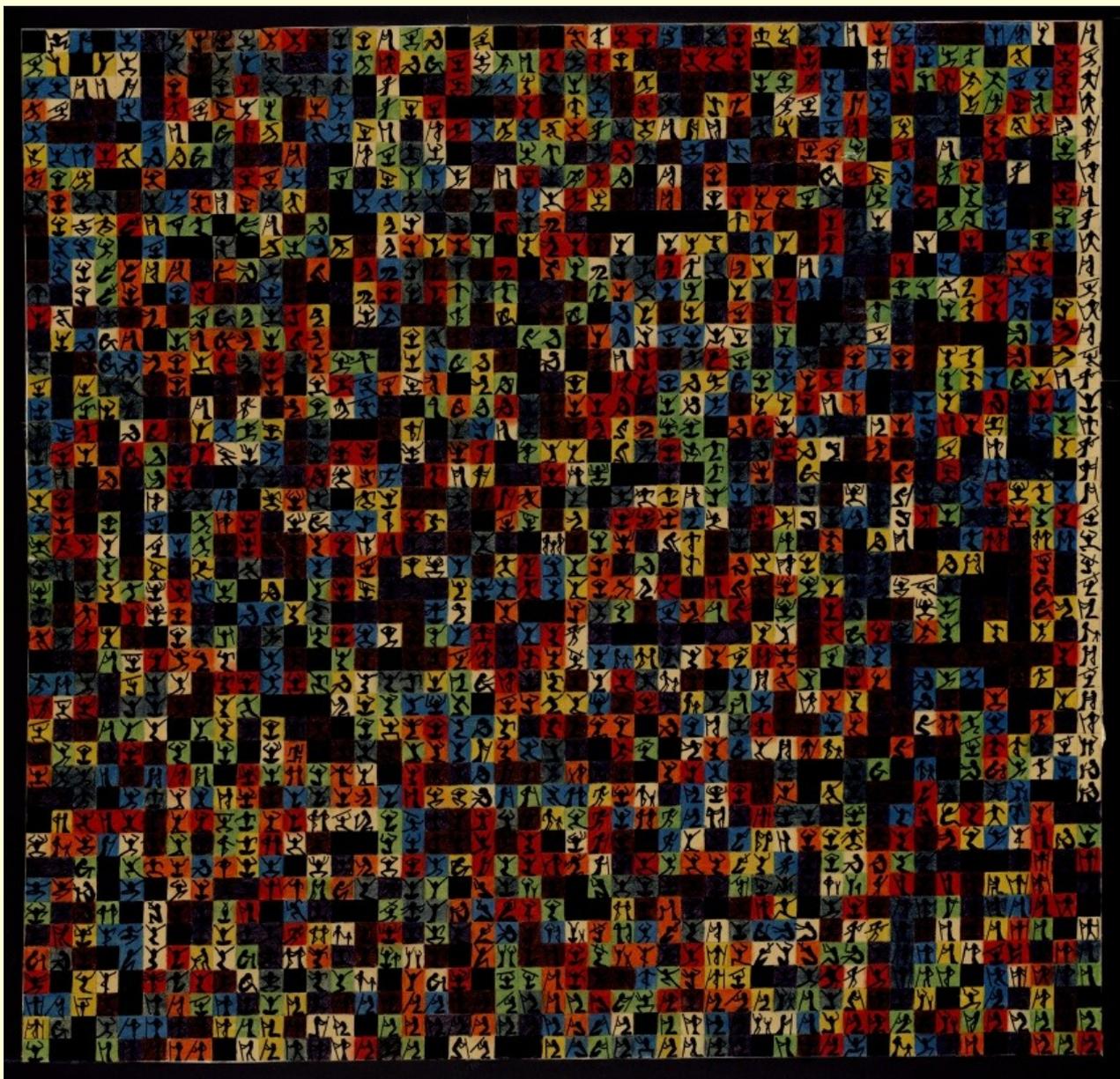
Цветовое представление числа π .

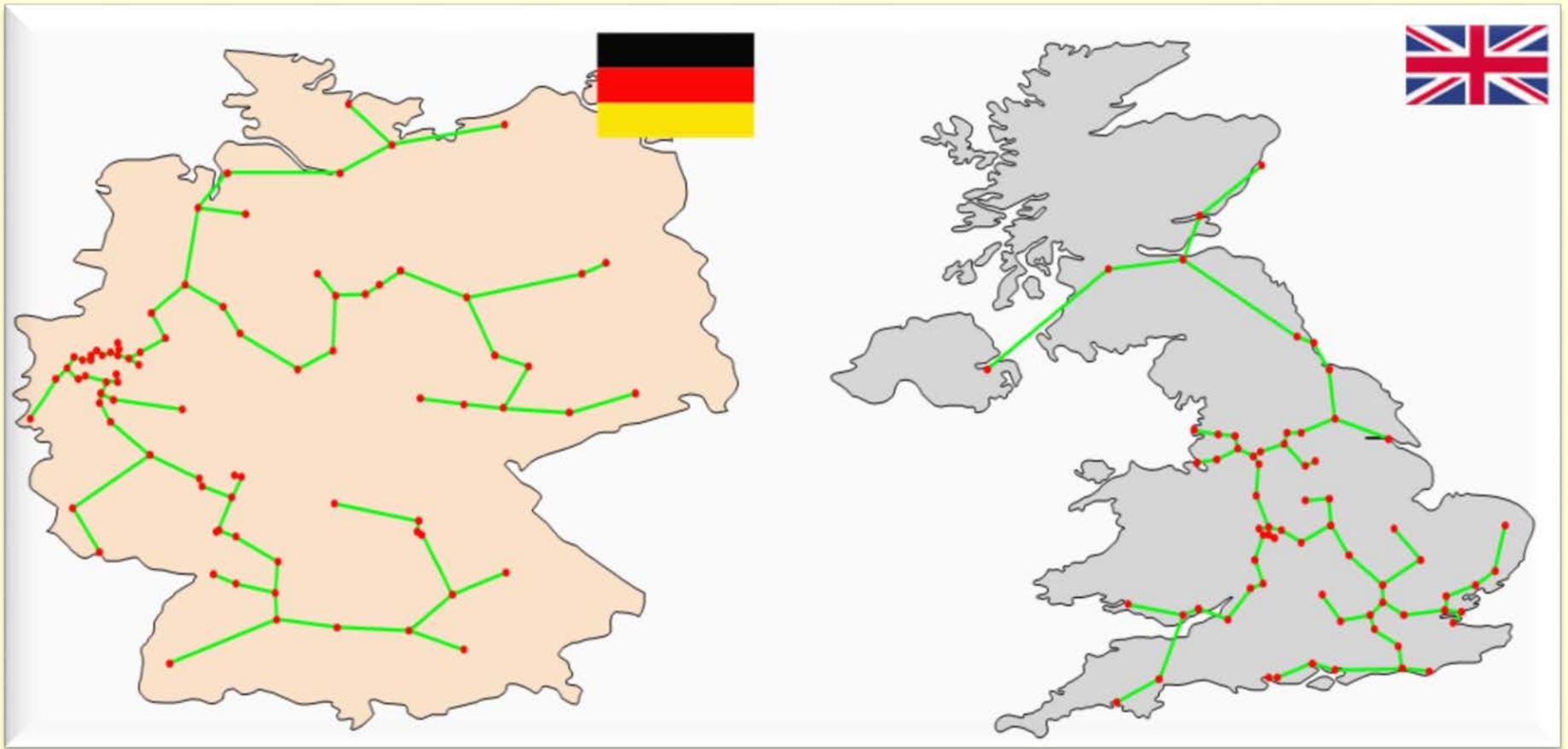


```
curpet[x_, m_, n_] := Module[{res, xx, i},
  xx = N[x, m n];
  res = {RealDigits[xx, 10, m][[1]]};
  xx = xx / 10RealDigits[xx, 10, m][[2]];
  For[i = 1, i ≤ n - 1, i++, res = res ~ Join ~ {RealDigits[xx, 10, m, -m i - 1][[1]]}];
  res
];

rules = {0 → Red, 1 → Pink, 2 → Orange, 3 → Brown, 4 → Yellow, 5 → Green, 6 → Cyan, 7 → Blue, 8 → Magenta, 9 → Purple};
ArrayPlot[curpet[π, 40, 40], ColorRules → rules]
```

А.Т.Фоменко. «Цветной ковер числа π ».

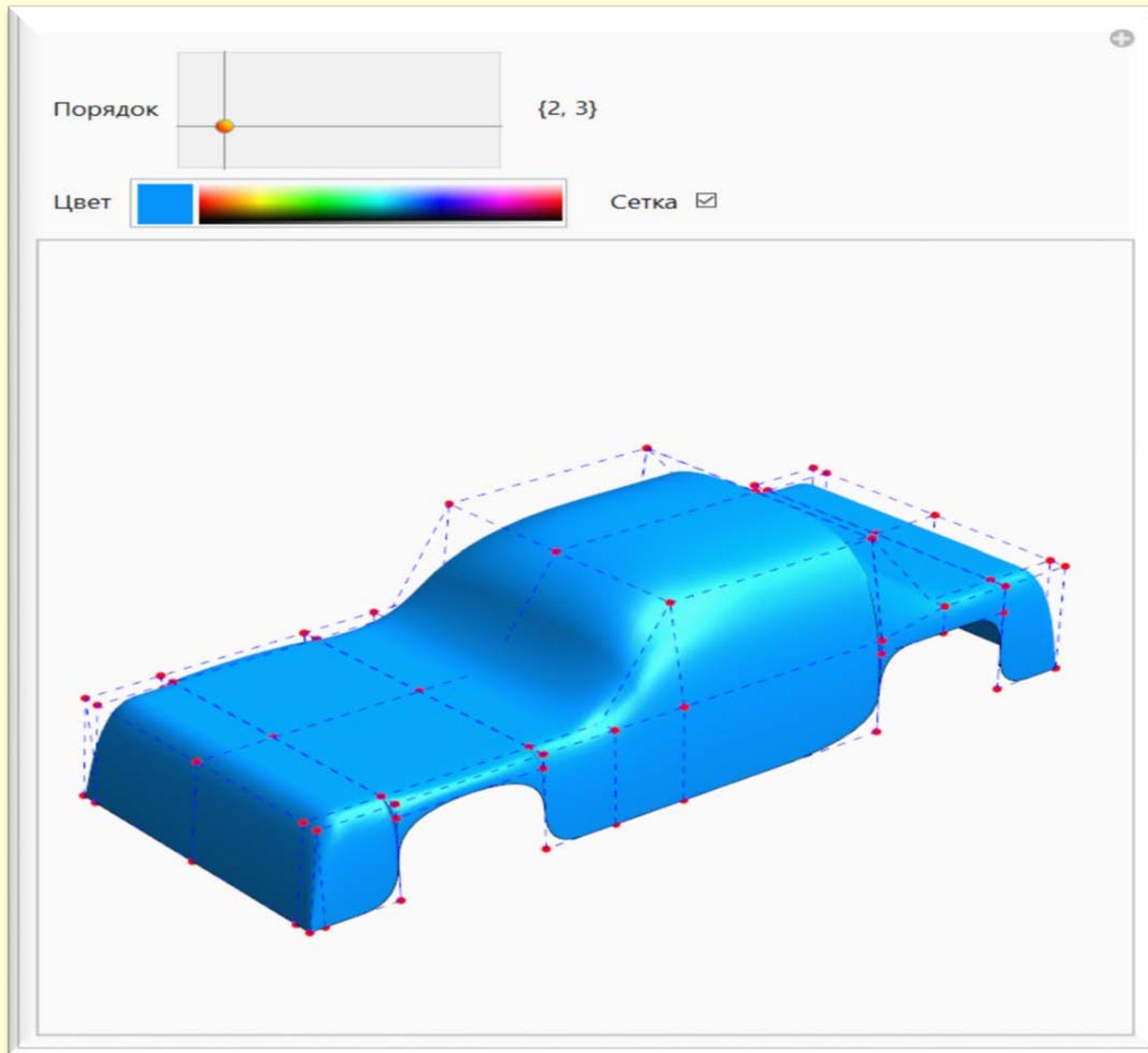




Кратчайшие сети дорог (минимальные остовные деревья), соединяющие выделенные города.



Оптимальный маршрут посещения всех стран мира
(задача о коммивояжере).



Моделирование кузова автомобиля с помощью В-поверхности.

Теоретическая и практическая база Практикума.

- Исследования в области компьютерной геометрии (в том числе в сотрудничестве с известным международным центром в Японии – университетом Айзу, Наньянским технологическим университетом в Сингапуре, рядом университетов Германии).
- На основе этой работы А. Т. Фоменко инициировал создание на механико-математическом факультете МГУ курса по компьютерной геометрии (Г. В. Носовский, Д. П. Ильютко), ведется спецсеминар на эту тему.
- Элементы компьютерной геометрии были также введены в материалы спецкурса А. Т. Фоменко «Элементы топологии», спецкурса А. О. Иванова и А. А. Тужилина «Геометрическая теория графов».
- Издан фундаментальный учебник «Компьютерная геометрия» (авторы: Н. Н. Голованов, Д. П. Ильютко, Г. В. Носовский, А. Т. Фоменко).

План курса.

Третий семестр (механики), четвертый семестр (математики)
(ведет наша кафедра ДГиП):

- Введение: первое знакомство с пакетом Mathematica
- Графика: основные принципы
- Элементы управления и динамика
- Примеры использования пакета Mathematica: классическая дифференциальная геометрия, механика, дифференциальные уравнения

Пятый семестр, специализация

(практикум подготовили и ведут кафедры для своих студентов)

В нашем случае:

- Кривые в вычислительной геометрии.
- Поверхности в вычислительной геометрии.
- Графы в компьютерной геометрии.
- Тензоры: опыт создания пользовательского пакета программ.

Примеры задач.

1. Для заданной бирегулярной кривой найти кривую второго порядка, проходящую через данную точку и приближающую исходную кривую с четвертым порядком. Визуализировать изменение приближающей кривой при изменении точки.
2. Для заданной гладкой кривой построить эволюту и динамически зависящий от параметра волновой фронт. Убедиться, что множество всех особенностей волновых фронтов совпадает с эволютой.
3. Для заданной гладкой кривой построить эволюту и семейство ее эвольвент, динамически зависящее от параметра.
Проиллюстрировать теорему о том, что исходная кривая является одной из эвольвент своей эволюты.
4. Для замкнутой кривой (линией уровня функции) написать динамическую модель бильярда. Реализовать динамическую зависимость поведения бильярда от формы кривой, меняющейся при изменении параметров функции. Предусмотреть возможность запоминания траектории и ее визуализацию.

5. Докажите, что кривые постоянной кривизны параметризуются кривыми на сфере. Визуализируйте сферические кривые с помощью развертки сферы и локаторов. По каждой такой кривой вычислите соответствующую пространственную кривую постоянной кривизны. Реализацию сделайте такой, чтобы изменения сферической кривой приводили к мгновенным изменениям соответствующей пространственной кривой. (Аналогичная задача про кривые постоянного кручения.)

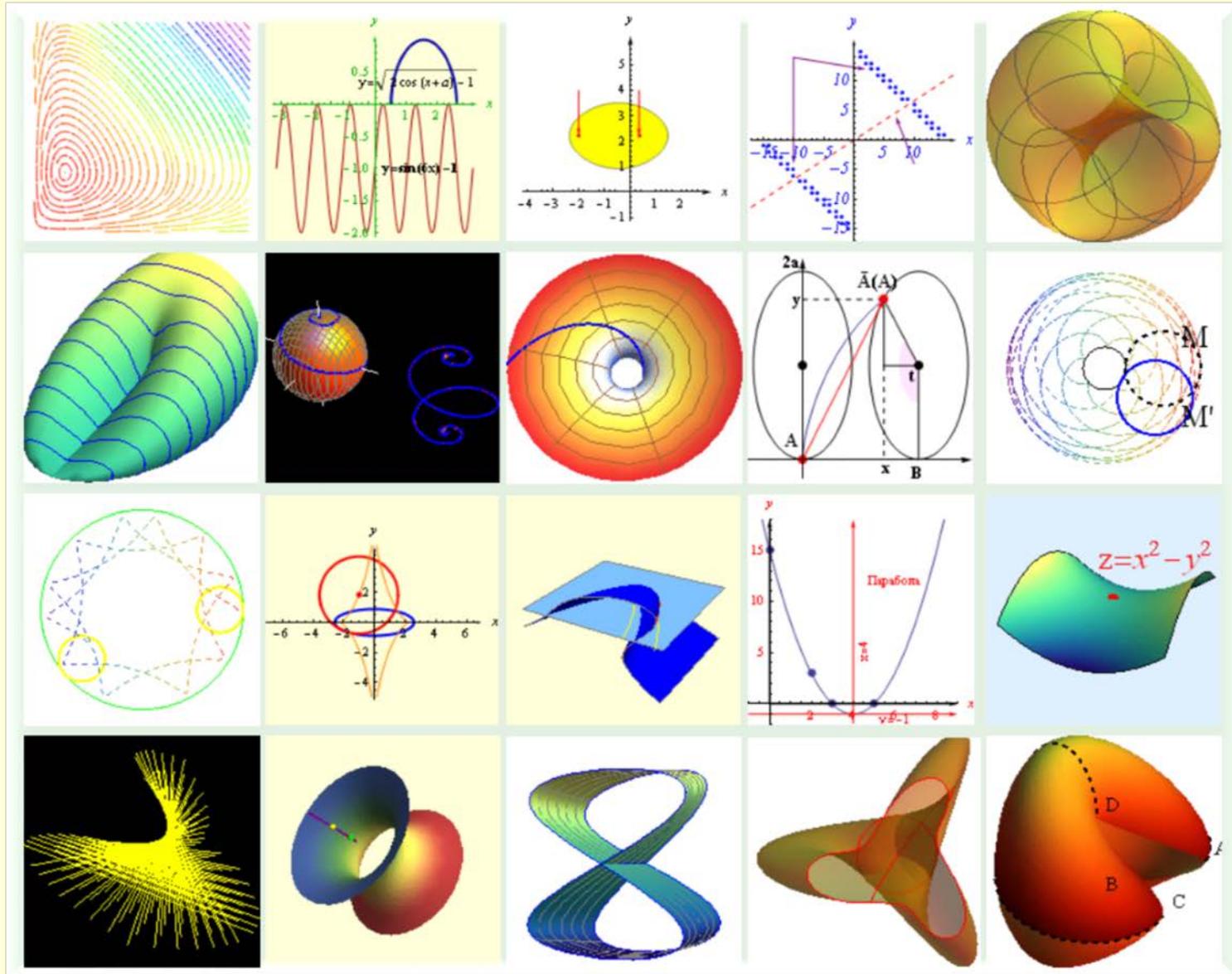
6. Для поверхности, заданной параметрически, динамически визуализировать волновой фронт. Визуализируйте среднюю и гауссовы кривизны эквидистант, раскрасив поверхность в соответствие с этими функциями. Исследуйте поведение этих функций в окрестностях особенностей эквидистант.

7. Для данной поверхности визуализировать геодезическую, выходящую из данной точки в данном направлении. Обеспечить динамическое изменение точки, направления и длины геодезической. Изучить поведение геодезических на поверхности вращения (визуализировать теорему Клеро).

8. Визуализировать плоские сечения многогранников, заданные тремя точками, каждая из которых лежит на некотором ребре. Предусмотреть динамическую зависимость сечения от положения точек на ребрах и от координат вершин многогранников. Определить максимальное число сторон сечения для заданного многогранника.
9. Реализовать на поверхности вращения графика функции локсодрому. Предусмотреть динамическое изменение угла, длины кривой, начальной точки.
10. Визуализируйте связь между точками и прямыми геометрии Лобачевского в модели на псевдосфере, модели Пуанкаре (стереографическая проекция на круг) и модели верхней полуплоскости. Обеспечить динамическую связь точек и прямых.
11. Визуализировать склейку бутылки Клейна из квадрата. Проверить ее неориентируемость, протащив вдоль некоторой петли репер так, чтобы он изменил ориентацию.

Примеры решения задач

(подготовлены и выложены на сайт студентом Г.Жуковым)

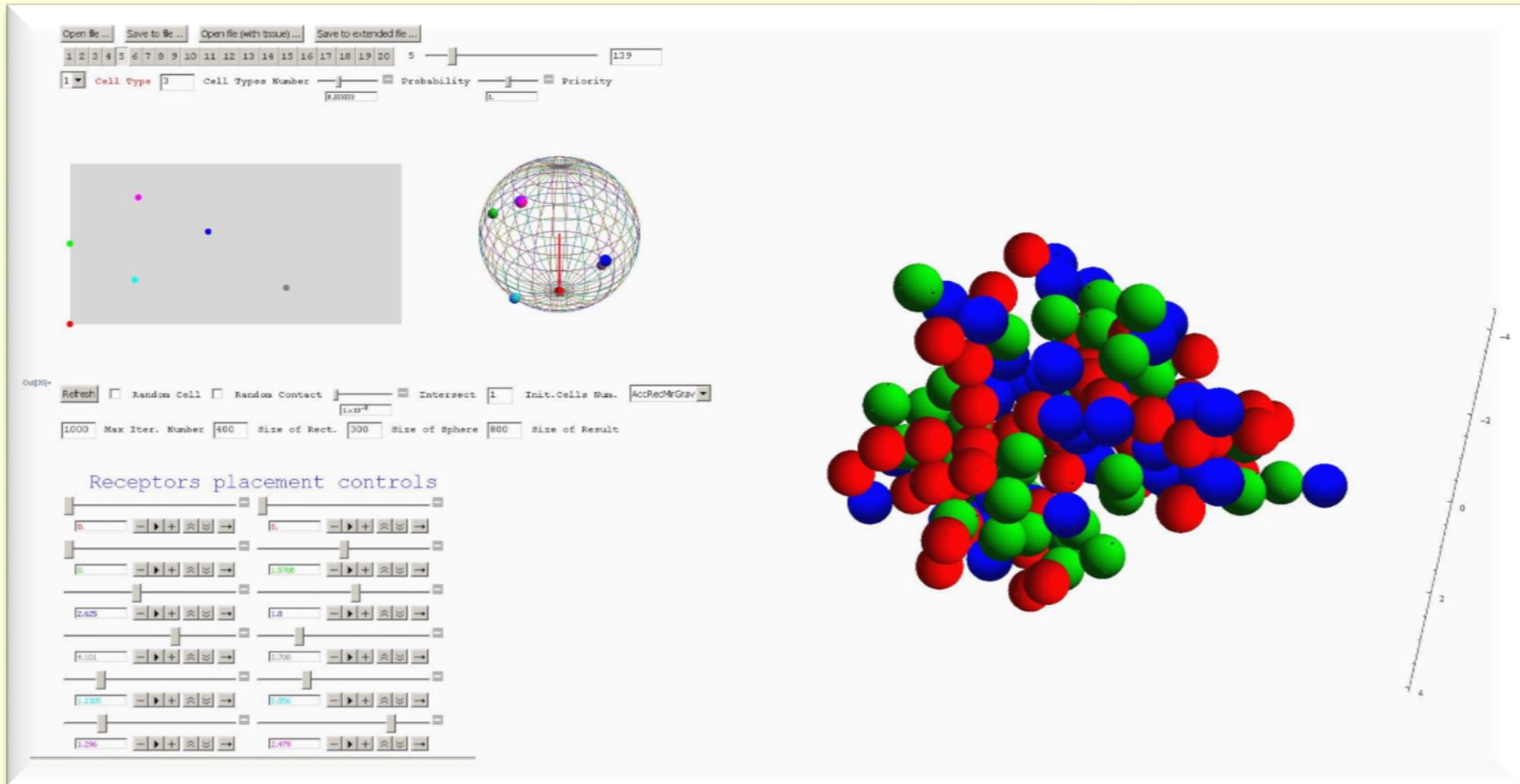


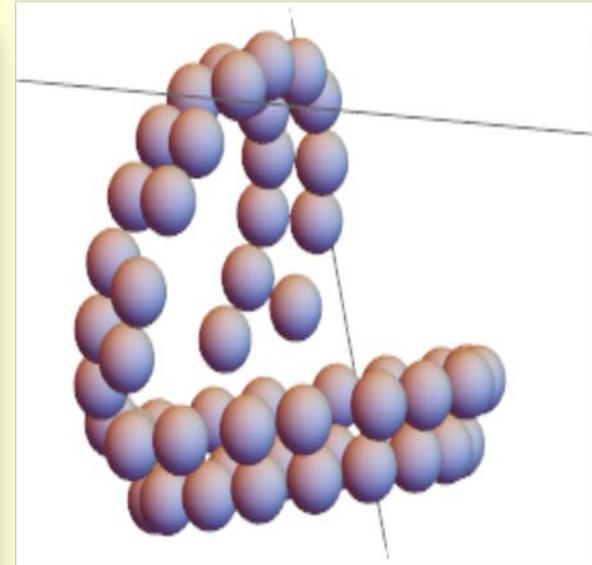
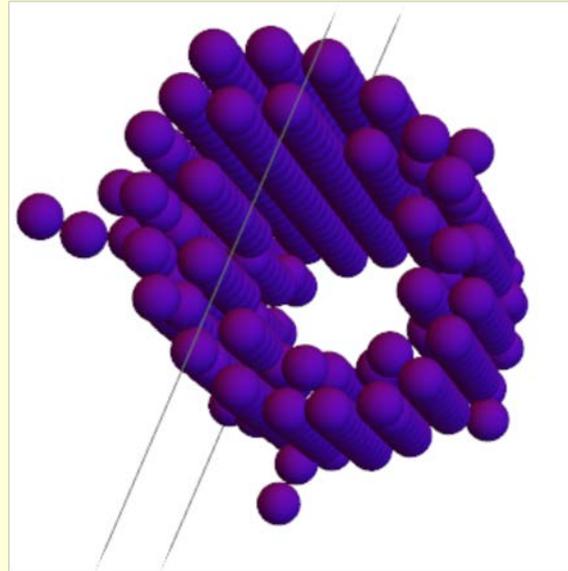
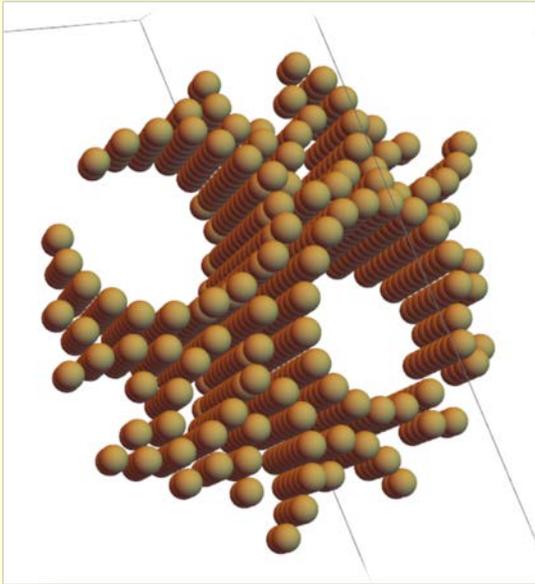
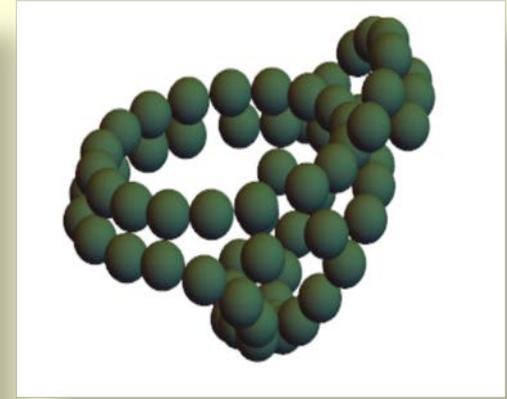
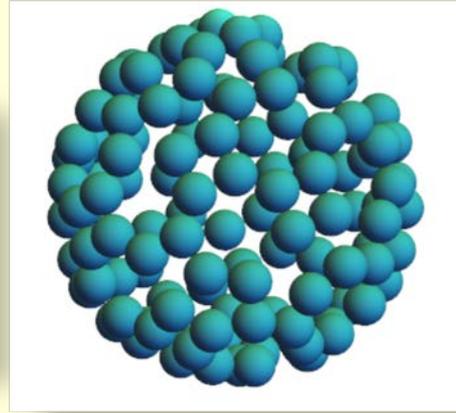
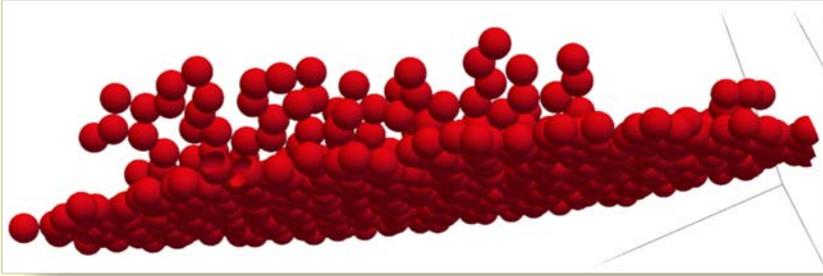
Преимущества и перспективы.

1. Использование аналогичных прикладных пакетов при обучении и в научных исследованиях становится повседневной практикой у студентов, аспирантов и сотрудников.
2. Иллюстрации учебных курсов (для курса классической дифференциальной геометрии, который читает А.Т.Фоменко, был специально написан ряд примеров, демонстрирующих поведение геометрических объектов).
3. Благодаря известности курса, кафедра в 2012 – 2013 гг. была привлечена фирмой ЗАО ТопСистемы к разработкам российской интегрированной инженерной программной платформы. Коллектив кафедры успешно справился с поставленной задачей.

4. Приложения в молекулярной биологии и биоинформатике.
А.О.Иванов и А.А.Тужилин, совместно с А.С.Мищенко,
сотрудничая с биофаком МГУ, а также с Российским научным
центром рентгенрадиологии, разработали различные прикладные
пакеты (в основном, в рамках Wolfram Mathematica) для изучения
конформации белков, образования биологических тканей,
моделирования биохимии клетки (pathways), создания новых
проникающих пептидов, вычисления объема крови по высохшей
капле и т.д.

Программа, моделирующая генерацию тканей, общий вид





Изучение конформации полимеров

