

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГОМОЛОГИЙ В ИНТЕРЕСНЫХ ЗАДАЧАХ

спецкурс проф. А. Б. Скопенкова для 1-3 курсов
по понедельникам с 18.02.08

Занятия 18.02 и 25.02 пройдут 18.20-19.55, ауд. 16-04.

о времени и месте дальнейших занятий будет объявлено дополнительно.

Для случая многообразий важнейшие понятия алгебраической топологии наиболее просты и наглядны. (Например, второй класс Штифеля-Уитни замкнутого трехмерного многообразия есть \mathbf{Z}_2 -гомологический класс объединения тех окружностей, на которых линейно зависимы некоторые два касательных векторных поля общего положения.) Это позволяет быстро добраться до по-настоящему интересных и сложных результатов.

На спецкурсе изучаются основные методы алгебраической топологии (гомологии и характеристические классы) на примере применений к важным проблемам о векторных полях на многообразиях, возникшим в приложениях. Будут рассматриваться многообразия малых размерностей (т.е. не более чем четырехмерные): именно такие многообразия наиболее интересны для приложений. Начало спецкурса посвящено простому доказательству знаменитой теоремы Штифеля о параллелизуемости трехмерных многообразий.

Для участия в спецкурсе необходимы умение, желание и возможность решать задачи. Желательно первоначальное представление о векторных полях и двумерных поверхностях в объеме соответствующих разделов одной из книг 'Наглядная топология' В. В. Прасолова (<http://www.mccme.ru/prasolov>) или В. Г. Болтянского и В. А. Ефремовича (<http://www.mccme.ru/free-books/djvu/geometry/boltiansky-nagl-topo.htm>).

Литература. А. Скопенков, Алгебраическая топология с элементарной точки зрения, Изд-во МЦНМО, в печати. <http://dfgm.math.msu.su/files/skopenkov/obstruct2.ps>

Примерная программа.

Со звездочкой — если успеется.

1. Критерии Эйлера-Пуанкаре и Хопфа существования ненулевых касательных векторных полей.
2. Гомотопическая классификация ненулевых касательных векторных полей.
3. Простое доказательство теоремы Штифеля о параллелизуемости 3-многообразий.
4. Простейшие методы вычисления гомологий многообразий (по определению, гомологии пары и вырезание, точные последовательности).
5. Двойственность Пуанкаре.
- 6.* Реализация циклов подмногообразиями.
7. Существование ненулевого нормального векторного поля на гладкой сфере с ручками в \mathbf{R}^4 .
8. Нормальные векторные поля. Класс Эйлера. Применения.
9. Препятствие Уитни к вложимости.
- 10.* Нормальные классы Уитни.