

ГОМОТОПИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

полугодовой спецкурс доктора Скопенкова для 2–5 курсов
второй семестр 2009/10 уч. года, по пятницам с 5.03.2010

16.45-18.20, сбор у ауд. 16-19

Изучаются основные методы алгебраической топологии на примере применений к гомотопической классификации отображений, а также к топологии многообразий (о векторных полях, диффеоморфизмах, погружениях и вложениях многообразий). Необходимые предварительные знания: классификация отображений окружности в окружность (со всеми необходимыми определениями и доказательствами). Программу см. на <http://dfgm.math.msu.su/materials.php>.

Программа

1. *Теорема Хопфа и ее обобщения.* Определения и исторические замечания. — Отображения графа в окружность. — Отображения 2-многообразия в окружность. — Отображения графа в проективное пространство. — Эквивариантные отображения графа. — Отображения многообразия в сферу той же размерности. — Отображения в пространства Эйленберга-Маклейна.

2. Конструкция Понтрягина: оснащенные многообразия и их кобордизмы. Гомотопическая классификация отображений трехмерной сферы в двумерную. Теорема Понтрягина о гомотопической классификации векторных полей на ориентируемых 3-многообразиях.

3. Теорема Понтрягина о гомотопической классификации отображений $(n + 1)$ -мерной сферы в n -мерную при $n \geq 3$. Теорема Понтрягина-Стинрода о гомотопической классификации отображений $(n + 1)$ -мерного многообразия в n -мерную сферу. Гомотопическая классификация векторных полей на ориентируемых n -многообразиях.

4. Реализация циклов подмногообразиями.

5. *Вложения и заузливания.* Введение: проблемы вложимости и заузливания. — Общее положение. Идея дополнения. — Инвариант дополнения для узлов в коразмерности 1 и 2. — Общий инвариант дополнения. — Общий инвариант окрестности.

6. Теорема о трубчатой окрестности. Нормальные расслоения. Теоремы Смейла-Хирша и Хефлигера-Хирша о классификации погружений. Теорема Кервера о тривиальности нормальных расслоений сфер.

7. Заузленные сферы Хефлигера.

8. Простейшие расслоения. — Векторные расслоения. — Классификация расслоений.