

# ГОМОЛОГИИ МНОГООБРАЗИЙ

полугодовой спецкурс проф. А. Б. Скопенкова для 3–5 курсов

II семестр 2008/09 уч. года

I занятие в понедельник 16.02, 16.45-18.20, сбор у ауд. 16-19; время дальнейших занятий будет согласовано с участниками первого и теми, кто пришлет пожелания по skopenko@mcsme.ru.

**Аннотация.** Для случая многообразий важнейшие понятия алгебраической топологии наиболее просты и наглядны. Это позволяет быстро добраться до по-настоящему интересных и сложных результатов.

На спецкурсе изучаются основные методы алгебраической топологии (гомологии, векторные расслоения и характеристические классы). Эти методы вводятся на примере применений к геометрической топологии многообразий (теории векторных полей, диффеоморфизмов, погружений и вложений многообразий).

Для изучения спецкурса достаточно знакомства с основами топологии многообразий, а также необходимо решать задачи. Знание основ теории гомологий не предполагается, необходимые факты будут напомнены сразу на геометрическом языке (и доказать их напрямую будет проще).

Этот спецкурс продолжает спецкурс 'Основы теории гомологий в интересных задачах', но может изучаться независимо.

**Программа** (ее пункты в основном соответствуют пунктам из [S]).

1. Гомологии многообразий. Геометрические конструкции точных последовательностей.
2. Гомотопическая классификация отображений многообразий. Реализация циклов подмногообразиями.
3. Двойственность Пуанкаре (простая и сложная части).
4. Коэффициент зацепления. Двойственность Александера-Понтрягина. Применения.
5. Геометрическое определение характеристических классов Штифеля-Уитни.
6. Нормальные классы Уитни.
7. Инвариант Уитни вложений многообразий.
8. Векторные расслоения. Погружения и теорема Смейла-Хирша о классификации погружений (формулировка).
- 9.\* Геометрическое определение стинродовых квадратов. Степени двойки и классы Штифеля-Уитни.
10. Числа Штифеля-Уитни. Препятствие к нуль-кобордантности. Теорема Тома о классификации многообразий с точностью до кобордизма (формулировка).

**Литература.**

[FF89] А. Т. Фоменко и Д. Б. Фукс, Курс гомотопической топологии, Москва, Наука, 1989.

[MS74] Дж. Милнор, Дж. Сташефф, Характеристические классы, Москва, Мир, 1979.

[P06] В. В. Прасолов, Элементы теории гомологий, <http://www.mcsme.ru/prasolov>

[S] А. Б. Скопенков, Алгебраическая топология с элементарной точки зрения, Москва, МЦНМО, в печати, arXiv:math/0808.1395.

[S08] A. Skopenkov, Embedding and knotting of manifolds in Euclidean spaces, in: Surveys in Contemporary Mathematics, Ed. N. Young and Y. Choi London Math. Soc. Lect. Notes, 347 (2008) 248–342. arxiv:math/0604045