

АЛГОРИТМЫ РАСПОЗНАВАНИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ГИПЕРГРАФОВ

спецсеминар проф. А. Б. Скопенкова для 1-3 курсов

(полугодовой с возможным продолжением)

по вторникам с 14.02.2012, 18.30-20.05

сбор у кафедры дифф. геометрии 16-19

Аннотация

Хорошо известно, что существует быстрый (точнее – линейный) алгоритм, определяющий, вложим ли данный граф в плоскость, т.е., можно ли граф расположить на плоскости так, чтобы его ребра не пересекались и не самопересекались. Мы рассмотрим аналогичную задачу для гиперграфов в пространствах произвольной размерности: как распознать вложимость n -мерного гиперграфа в m -мерное пространство? Теория гиперграфов – раздел математики, возникший на стыке комбинаторики, топологии и программирования, бурно развивающийся в последнее время.

Будет намечено доказательство того, что при $6 < 2m < 3n + 3$ указанная проблема распознавания вложимости является NP-трудной (2008 г). Таким образом, скорее всего, быстрых алгоритмов для ее решения не существует. Будет рассказано о разработке быстрого алгоритма распознавания вложимости при $2m \geq 3n + 3$, а также о близкой задаче – алгоритмическом распознавании заузленности. Основное содержание курса – необходимое для этого *алгоритмически мотивированное введение в алгебраическую топологию*.

Все необходимые определения (гиперграф, вложимость, NP-трудность, группы гомологий и т.д.) будут даны. Основные идеи будут представлены на ‘олимпиадных’ примерах: размерности не выше 3, на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением к необходимому минимуму алгебраического языка. Будут предложены красивые задачи для исследования.

Примерная программа

1. Определения двумерных гиперграфов и их кусочно-линейных вложений.
2. Вложения в плоскость. Теоремы Куратовского и Халина-Юнга.
3. Вложения в трехмерное пространство. Рамсеевская теория зацеплений. Построение колец Борромео при помощи тора и коммутатора.
4. Обобщения на вложения в четырехмерное пространство.
5. Препятствие Ван Кампена и взрезанного квадрата. Алгоритмическое распознавание вложимости.
6. Инварианты Ван Кампена и взрезанного квадрата. Алгоритмическое распознавание незаузленности.
- 7.* Алгоритмы распознавания гомотопности отображений.

Записки лекций: <http://www.mcsme.ru/circles/oim/algor.pdf>.