

ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ НА МНОГООБРАЗИЯХ И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГОМОЛОГИЙ

спецкурс проф. А. Б. Скопенкова для 2-4 курсов

(полугодовой с возможным продолжением)

по вторникам с 13.09.2011, 16.45-18.20

сбор у кафедры дифф. геометрии 16-19

Мы будем изучать важнейшие наглядные объекты математики: многообразия и векторные поля на них. На примере их изучения мы познакомимся с основными идеями теории препятствий. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им совершить собственные настолько же полезные открытия.

Необходимо первоначальное представление о векторных полях и двумерных поверхностях в объеме соответствующих разделов одной из книг 'Наглядная топология' В. В. Прасолова (<http://www.mccme.ru/prasolov>) или В. Г. Болтянского и В. А. Ефремовича (<http://www.mccme.ru/free-books/djvu/geometry/boltiansky-nagl-topo.htm>). В то же время для тех, кто уже изучал алгебраическую топологию, ее применение к конкретным задачам обычно оказывается нетривиальным и интересным. Основная часть материала будет изучаться в виде решения задач участниками с их последующим разбором на занятии.

Литература: первый параграф главы 2 и первые параграфы главы 3 из <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>.

Примерная ПРОГРАММА

1. Ориентируемость 2-многообразий: гомологии и первый класс Штифеля-Уитни.
2. Классификация векторных полей на подмножествах плоскости на и 2-многообразиях.
3. Существование касательных векторных полей на 2-многообразиях.
4. Существование нормальных векторных полей для 2-многообразий.
5. Определение и примеры 3-многообразий.
6. Теорема Хопфа о существовании ненулевого касательного векторного поля на любом 3-многообразии.
7. Существование касательных векторных полей на многомерных многообразиях.
8. Нормальные векторные поля для многообразий размерности 3 и выше.
9. Существование ортонормированных систем векторных полей.
10. Гомологии и двойственность Пуанкаре для 3-многообразий.
11. Простое доказательство теоремы Штифеля о параллелизуемости ориентируемых 3-многообразий.