

ВОПРОСЫ
к курсу
“Классическая дифференциальная геометрия”
(А. О. Иванов, осень 2006)

1. Плоские кривые, регулярные кривые, способы задания кривых, длина кривой, натуральный параметр, кривизна плоской кривой.
2. Формулы Френе на плоскости, кривизна кривой в произвольной параметризации, натуральное уравнение плоской кривой.
3. Кривые в пространстве. Кривизна и кручение, формулы Френе. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
4. Натуральное уравнение пространственной кривой. Теорема существования и единственности решения. Примеры.
5. Поверхности, регулярные поверхности, способы их задания.
6. Кривые на поверхности, координатные линии, касательное пространство и канонический базис на регулярной поверхности.
7. Длина гладкой кривой на поверхности, первая квадратичная форма, скалярное произведение векторов в касательном пространстве, угол между кривыми на поверхности.
8. Изометрии регулярных поверхностей.
9. Вторая квадратичная форма поверхности.
10. Кривизна плоского сечения поверхности. Теорема о паре форм. Теорема Менье.
11. Главные кривизны и главные направления поверхности. Их геометрический смысл. Формула Эйлера.
12. Средняя и гауссова кривизна поверхности. Геометрический смысл гауссовой кривизны.
13. Девивационные формулы Вейнгартена–Гаусса. Символы Кристоффеля.
14. Теорема Гаусса.
15. Геодезические на регулярных поверхностях, примеры, Теорема Клеро.
16. Криволинейные координаты в области. Примеры. Касательное пространство к области в точке.
17. Евклидова метрика в криволинейных координатах. Изменение компонент метрики при замене координат.
18. Стереографические координаты на сфере. Метрика сферы в координатах стереографической проекции.
19. Риманова и псевдориманова метрики. Псевдосфера, ее стереографическая проекция. Времениподобные, пространственноподобные и изотропные векторы.
20. Геометрия Лобачевского. Модель Пуанкаре.
21. Геометрия Лобачевского. Модель верхней полуплоскости.
22. Дробно линейные преобразования плоскости и изометрии геометрии Лобачевского.
23. Метрические пространства. Примеры. Операция взятия внутренности и замыкания. Открытые и замкнутые множества.
24. Топологические пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Гомеоморфизмы.
25. Связность топологического пространства. Признаки связности. Непрерывные отображения и связность. Линейная связность.
26. Хаусдорфовы топологические пространства. Компактные пространства. Компактность и непрерывные отображения.
27. Топологические многообразия. Гладкие многообразия. Гладкие структуры. Гладкие отображения, диффеоморфизмы.
28. Размерность многообразия. Инвариантность размерности при диффеоморфизмах.
29. Задание многообразий уравнениями.
30. Три определения касательного вектора к многообразию. Их эквивалентность.
31. Касательное пространство к многообразию, касательное расслоение.
32. Дифференциал гладкого отображения.
33. Регулярные точки и регулярные значения отображения. Теорема о прообразе регулярного значения. Погружения и вложения. Подмногообразия.
34. Существование вложения компактного гладкого многообразия в евклидово пространство.
35. Теорема Уитни.
36. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Два определения, их эквивалентность, примеры.
37. Риманова метрика и римановы многообразия. Длина кривой, угол между кривыми. Индуцированная риманова метрика на подмногообразии, примеры.
38. Теорема классификации двумерных замкнутых связных многообразий, схема доказательства.