

Выпуклые многогранники бинарных деревьев

Научный руководитель – Иванов Александр Олегович

*Щербаков Олег Сергеевич**Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
 приложений, Москва, Россия
E-mail: integralis@mail.ru

Решение задачи минимального параметрического заполнения конечного метрического пространства приводит к изучению определенного семейства выпуклых многогранников, что показано в работе [1].

Бинарное дерево – ациклический связный граф, у которого степень каждой вершины 1 или 3. Вершины степени 1 называем висячими. Рассматриваем бинарные деревья с конечным множеством вершин. Для бинарного дерева \mathcal{G} определяем матрицу A следующим образом. Пусть у рассматриваемого дерева n висячих вершин, тогда рёбер будет $2n - 3$ – это количество строк матрицы. Неупорядоченных пар вершин, очевидно, $C_n^2 = \frac{1}{2}n(n - 1)$ – количество столбцов. Для всякой пары вершин v_i и v_j определен соединяющий их путь Γ_{ij} . Тогда a_k^{ij} – элемент матрицы в k строке и ij столбце определяем:

$$a_k^{ij} = \begin{cases} 1 & e_k \in \Gamma_{ij} \\ 0 & e_k \notin \Gamma_{ij} \end{cases}$$

Изучаемые многогранники определяются как следующее множество:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{G}} := \left\{ x \in \mathbb{R}^{C_n^2} \quad : \quad Ax = \mathbb{I}_{2n-3}, \quad x \geq 0 \right\} \quad (\mathbb{I}_{2n-3} = \underbrace{(1, 1, \dots, 1)}_{2n-3})$$

Как показано в [1], поиск минимального параметрического заполнения типа \mathcal{G} для конечного метрического пространства M сводится к максимизации некоторой линейной функции на этом многограннике, зависящей от метрики на M . Максимальное значение достигается в одной из вершин этого многогранника, к перебору которых сводится задача.

Утверждение. Максимум зависит от метрики и может достигаться на каждой из вершин.

При прямом нахождении вершин многогранников $\mathcal{V}_{\mathcal{G}}$ возникают вычислительные трудности даже при небольшом числе висячих вершин ($n > 8$), поэтому мы изучаем симметрии вершин многогранников. В работе [1] описаны случаи деревьев с числом вершин меньше 7. В докладе будут представлены некоторые результаты о симметриях многогранников, их связи с группой автоморфизмов дерева \mathcal{G} , подробно описаны случаи для деревьев с небольшим количеством вершин.

Источники и литература

- 1) Ivanov A.O., Tuzhilin A.A. - Dual linear programming problem and 1-dimensional gromov minimal fillings of finite metric space // ArXiv e-prints: arXiv:1907.03828. — 2019.