

Вопросы по спецкурсу “Проблема Штейнера: подход геометрической теории меры” часть первая

- (1) Теорема Витали о покрытии, ее следствие (формулировки).
- (2) Внешняя мера: определение, основные свойства, примеры, регулярность.
- (3) Борелевская внешняя мера: определение, свойства, критерий Каратеодори (формулировка), борелевская регулярность.
- (4) Индуцированная внешняя мера, теорема о наследовании борелевской регулярности.
- (5) Мера: определение, свойства, связь с внешней мерой, мера Лебега (формулировки).
- (6) “Почти” в смысле меры: определение и основные свойства.
- (7) Мера Хаусдорфа H^k , $k > 0$: определение, проблемы общего определения для $k \geq 0$.
- (8) Основные свойства меры Хаусдорфа.
- (9) Связь между n -мерными мерами Хаусдорфа и Лебега, доказательство в случае $n = 1$, хаусдорфова размерность.
- (10) Плотности, теорема о связи борелевской внешней меры и меры Хаусдорфа.
- (11) Липшицевы отображения, их свойства, связь с равномерной сходимостью и равностепенной непрерывностью.
- (12) Теорема Мак-Шейна о продолжении липшицевых функций.
- (13) Липшицевы отображения и меры Хаусдорфа, изменение меры Хаусдорфа при липшицевом отображении.
- (14) Расстояние Хаусдорфа: определение, сходимость, основные свойства.
- (15) Оценки снизу на одномерную меру Хаусдорфа связного множества, а также пересечения связного множества с шаром.
- (16) Связные множества конечной одномерной меры Хаусдорфа, условие их компактности.

- (17) Квазикомпоненты: определение, основные свойства, связь с компонентами связности.
- (18) Условие совпадения квазикомпонент с компонентами связности.
- (19) Условие того, что связная компонента подмножества является также связной компонентой всего пространства, геометрическое следствие.
- (20) δ -упаковки: определение, функция L_δ , ее монотонность и аддитивность.
- (21) Связь функции L_δ и одномерной меры Хаусдорфа.
- (22) Континуумы и δ -разбиения: определения, доказательство аддитивности борелевской внешней меры на δ -разбиениях, оценка сверху диаметра континуума через δ -разбиение H^1 -почти борелевского расширения этого континуума.
- (23) Оценка снизу одномерной меры Хаусдорфа множества через диаметры его δ -разбиения.
- (24) Ломаные, δ -цепи и δ -связные метрические пространства: определения, связь между δ -связностью и связностью.
- (25) Оценка снизу одномерной меры компакта через содержащееся в нем δ -связное множество.
- (26) Оценка снизу одномерной меры пересечения компакта и замкнутого множества через содержащееся в этом пересечении δ -связное множество.
- (27) Теорема Голомба.
- (28) Кратчайшие сети, теорема существования кратчайших сетей.
- (29) Кривые: определение, монотонные замены параметра, натуральная и равномерная параметризации, их существование, липшицевы кривые.
- (30) Кратчайшие кривые и геодезические, длина кривой и одномерная мера Хаусдорфа ее образа.
- (31) Равномерная сходимости, равностепенная непрерывность, модифицированная теорема Арцела–Асколи (формулировка), следствия.
- (32) Первая теорема спрямляемости.
- (33) Геометрические графы, представление минимальных сетей, соединяющих конечные множества, в виде геометрических графов, минимальные деревья Штейнера.