

**Академик А.Т.Фоменко**  
**ЭЛЕМЕНТЫ ТОПОЛОГИИ И СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ**  
Спецкурс для студентов, начиная с 1-2 курсов  
По пятницам, с 18.30 в ауд.14-02. ПЕРВАЯ ЛЕКЦИЯ 16  
ФЕВРАЛЯ 2024 г.

**Подробная программа**

**Тема 1. ФУНКЦИИ МОРСА И ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ ЛЮСТЕРНИКА-ШНИРЕЛЬМАНА**

- 1.1. Категория Люстерника-Шнирельмана. Точки бифуркаций функций на многообразиях.
- 1.2. Теорема Люстерника-Шнирельмана (связь между категорией и числом точек бифуркации функции)
- 1.3. Примеры подсчета категории простых пространств.

**Тема 2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ГРУППАХ ЛИ И АЛГЕБРАХ ЛИ**

- 2.1. Основные матричные группы как гладкие многообразия и как группы Ли.
- 2.2. Алгебра Ли и ее связь с группой Ли.
- 2.3. Матричные группы малых размерностей и некоторые изоморфизмы между ними.

**Тема 3. СИМПЛЕКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

- 3.1. Линейная симплектическая структура.
- 3.2. Изотропность, лагранжевость.
- 3.3. Матричная группа симплектических преобразований.

**Тема 4. СИМПЛЕКТИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ**

- 4.1. Гладкая симплектическая структура на многообразии. Формулировка теоремы Дарбу. Канонические симплектические координаты.
- 4.2. Двумерные поверхности как симплектические многообразия.
- 4.3. Другие примеры симплектических многообразий (касательные расслоения и т.п.).
- 4.4. Косой градиент и гамильтоновы векторные поля (динамические системы).
- 4.5. Локально гамильтоновы и глобально гамильтоновы поля. Связь с потенциальными векторными полями.
- 4.6. Гамильтоновы поля на двумерных поверхностях. Несжимаемые потоки идеальной жидкости. Примеры несжимаемых потоков на плоскости и сфере.
- 4.7. Скобка Пуассона и ее основные свойства.
- 4.8. Скобка Пуассона и векторные поля на симплектическом многообразии.
- 4.9. Доказательство теоремы Дарбу.

**Тема 5. ИНТЕГРИРУЕМЫЕ ГАМИЛЬТОНОВЫ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

- 5.1. Интегралы гамильтоновых полей. Инволютивность.
- 5.2. Теорема Лиувилля. Полная интегрируемость по Лиувиллю.
- 5.3. Отображение момента интегрируемой системы. Бифуркации торов Лиувилля и топология интегрируемой системы.
- 5.4. Уравнения движения тяжелого твердого тела в трехмерном пространстве (уравнения Эйлера-Пуассона).
- 5.5. Некоторые известные случаи интегрируемости: случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской.