

АКАДЕМИК А.Т.ФОМЕНКО
ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ И СИМПЛЕКТИЧЕСКУЮ ГЕОМЕТРИЮ
Полугодовой спецкурс для студентов, начиная с 1 курса - до
аспирантов.

ВВЕДЕНИЕ

Кривые на плоскости и в пространстве.

Тема 1. ДВУМЕРНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Двумерные поверхности. Погружения и вложения двумерных поверхностей в евклидово пространство. Сфера Александера. Теорема классификации двумерных поверхностей. Ориентируемость и неориентируемость. Свойства проективной плоскости, бутылки Клейна, сфер с ручками.

Тема 2. МНОГОМЕРНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ.

Многомерные многообразия как поверхности в евклидовом пространстве. Задание гладкого многообразия при помощи локальных карт и атласа. Теоремы Уитни и вложении и погружении многообразий в евклидово пространство. Трехмерные многообразия. Разложение трехмерной сферы в сумму двух полноторий. Расслоение Хопфа. Многомерные проективные пространства.

Тема 3. КЛЕТОЧНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Симплициальные пространства. Триангуляции и клетки. Гомотопия, гомотопическая эквивалентность. Изотопия. Теория накрытий. Степень отображения гладких многообразий. Фундаментальная группа клеточного комплекса. Накрытия и фундаментальная группа. Теорема о накрывающей гомотопии. Универсальные накрытия. Теорема ван Кампена (без док-ва).

Тема 4. ГОМОЛОГИИ

Симплициальные гомологии. Клеточные гомологии. Эйлерова характеристика. Основные свойства групп гомологий. Примеры вычисления.

Тема 5. ТЕОРИЯ МОРСА

Невырожденные критические точки, их индекс. Лемма Морса. Основные свойства функций Морса. Перестройки поверхностей уровня функций Морса. Операция приклейки ручек. Основная теорема теории Морса. Простые и сложные функции Морса. Понятие атома-бифуркации. Молекулы и функции Морса.

Тема 6. СИМПЛЕКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Линейная симплектическая структура. Изотропность, лагранжевость. Группа симплектических преобразований.

Тема 7. СИМПЛЕКТИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ

Симплектическая структура на многообразии. Теорема Дарбу. Канонические симплектические координаты. Примеры симплектических многообразий (кокасательные расслоения и т.п.).