**АКАДЕМИК А.Т.ФОМЕНКО**

**ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ И СИМПЛЕКТИЧЕСКУЮ ГЕОМЕТРИЮ**

**Полугодовой спецкурс для студентов, начиная с 1 курса - до**

**аспирантов.**

**ВВЕДЕНИЕ**

**Кривые на плоскости и в пространстве.**

**Тема 1. ДВУМЕРНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ**

**Двумерные поверхности. Погружения и вложения двумерных поверхностей в евклидово пространство. Сфера Александера. Теорема классификации двумерных поверхностей. Ориентируемость и неориентируемость. Свойства проективной плоскости, бутылки Клейна, сфер с ручками.**

**Тема 2. МНОГОМЕРНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ.**

**Многомерные многообразия как поверхности в евклидовом пространстве. Задание гладкого многообразия при помощи локальных карт и атласа. Теоремы Уитни и вложении и погружении многообразий в евклидово пространство. Трехмерные многообразия. Разложение трехмерной сферы в сумму двух полноторий. Расслоение Хопфа. Многомерные проективные пространства.**

**Тема 3. КЛЕТОЧНЫЕ ПРОСТРАНСТВА**

**Симплициальные пространства. Триангуляции и клетки. Гомотопия, гомотопическая эквивалентность. Изотопия. Теория накрытий. Степень отображения гладких многообразий. Фундаментальная группа клеточного комплекса. Накрытия и фундаментальная группа. Теорема о накрывающей гомотопии. Универсальные накрытия. Теорема ван Кампена (без док-ва).**

**Тема 4. ГОМОЛОГИИ**

**Симплициальные гомологии. Клеточные гомологии. Эйлерова характеристика. Основные свойства групп гомологий. Примеры вычисления.**

**Тема 5. ТЕОРИЯ МОРСА**

**Невырожденные критические точки, их индекс. Лемма Морса. Основные**

**свойства функций Морса. Перестройки поверхностей уровня функций Морса.**

**Операция приклейки ручек. Основная теорема теории Морса.**

**Простые и сложные функции Морса. Понятие атома-бифуркации.**

**Молекулы и функции Морса.**

**Тема 6. СИМПЛЕКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

**Линейная симплектическая структура. Изотропность, лагранжевость. Группа симплектических преобразований.**

**Тема 7. СИМПЛЕКТИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ**

**Симплектическая структура на многообразии. Теорема Дарбу. Канонические симплектические координаты. Примеры симплектических многообразий (кокасательные расслоения и т.п.).**