Николай Иванович Лобачевский

1 декабря 1792 – 24 февраля 1856

Доклад на научно-исследовательском семинаре механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова «Современные проблемы математики и механики» 30 ноября 2012 года

Автор и докладчик:
профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета МГУ
Алексей Августинович Тужилин

Л. Д. Крюков. Портрет Н. И. Лобачевского (1839)

Евклид. Начала.

Древнегреческий математик, родился около 300 г. до н.э., автор первого из дошедших до нас теоретических трактатов по математике. Его главная работа «Начала» (Στοιχεῖα, в латинизированной форме — «Элементы») содержит изложение планиметрии, стереометрии и ряда вопросов теории чисел. Книги с таким же названием, в которых последовательно излагались все основные факты геометрии и теоретической арифметики, составлялись ранее Гиппократом Хиосским, Леонтом и Февдием. Однако *Начала* Евклида вытеснили все эти сочинения из обихода и в течение более чем двух тысячелетий оставались базовым учебником геометрии.

Начала состоят из тринадцати книг. Первой книге предпослан также список постулатов и аксиом: как правило, постулаты задают базовые построения (напр., «требуется, чтобы через любые две точки можно было провести прямую»), а аксиомы — общие правила вывода при оперировании с величинами (напр., «если две величины равны третьей, они равны между собой»).

Анекдот от Архимеда: Птолемей Первый спросил Евклида, есть ли более короткий путь изучения геометрии, нежели *Начала*; а тот ответил, что нет царского пути к геометрии.

Начала. 13 книг.

В **I книге** изучаются свойства треугольников и параллелограммов; эту книгу венчает знаменитая теорема Пифагора для прямоугольных треугольников.
Книга II посвящена так называемой «геометрической алгебре».
В **III и IV книгах** излагается геометрия окружностей, а также вписанных и описанных многоугольников.
В **V книге** вводится общая теория пропорций.
В **VI книге** теория пропорций прилагается к теории подобных фигур.
VII—IX книги посвящены теории чисел. В этих книгах рассматриваются теоремы о пропорциях и геометрических прогрессиях, вводится метод для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел (известный ныне как *алгоритм Евклида*), строятся чётные *совершенные числа* (числа, равные сумме всех свои собственных делителей, например 6, 28, 496, 8128), доказывается бесконечность множества простых чисел.
В **X книге**, представляющей собой самую объёмную и сложную часть *Начал*, строится классификация иррациональностей.
XI книга содержит основы стереометрии.
В **XII книге** с помощью метода исчерпывания доказываются теоремы об отношениях площадей кругов, а также объёмов пирамид и конусов.
XIII книга посвящена построению пяти правильных многогранников.

В дошедших до нас рукописях к этим тринадцати книгам прибавлены ещё две.

Постулаты и аксиомы Евклидовой геометрии

Постулаты

1) Нужно потребовать, чтобы от каждой точки ко всякой другой точке можно было провести прямую линию.
2) И чтобы каждую ограниченную прямую можно было продолжить неопределенно.
3) И чтобы из любого центра можно было описать окружность любым радиусом.
4) И чтобы все прямые углы были равны.
5) И чтобы всякий раз, как прямая при пересечении с двумя другими прямыми образует с ними внутренние односторонние углы, сумма которых меньше двух прямых, эти прямые пересекались с той стороны, с которой эта сумма меньше двух прямых углов.

Аксиомы

1) Равные порознь третьему, равны между собой.
2) И если к равным придадим равные, то получим равные.
3) И если от равных отнимем равные, то получим равные.
4) [И если к неравным прибавим равные, то получим неравные.]
5) [И если удвоим равные, то получим равные.]
6) [И половины равных равны между собой.]
7) И совмещающиеся равны.
8) И целое больше части.
9) [И две прямые не могут заключать пространства.]

Некоторые авторы сомневаются, что […] принадлежат Евклиду, а некоторые их опускают.
В изданиях, где объединяют Постулаты и Аксиомы, 5 постулат бывает 11, и даже 12 или 13.

Аксиома параллельности или V постулат Евклида

ΑΙΤΗΜΑΤΑ

α΄. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

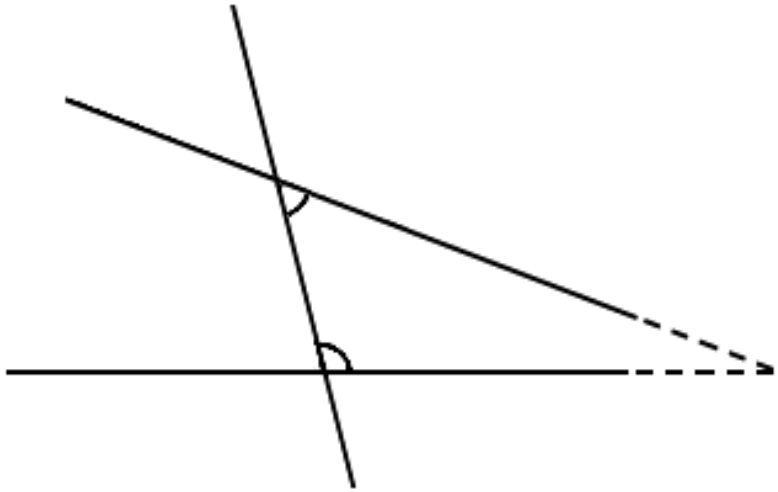
β΄. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ΄. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

δ΄. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

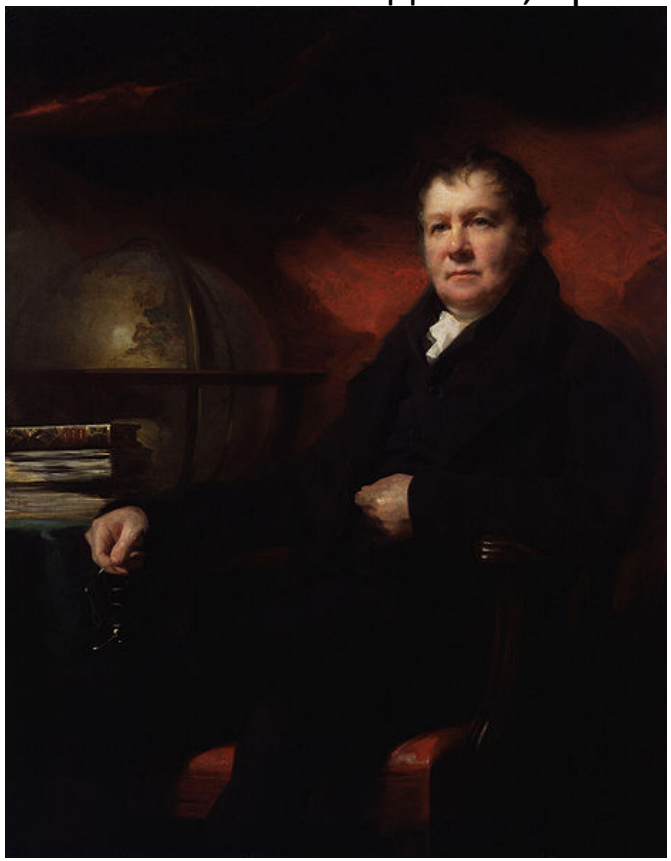
И если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные неограниченно эти прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых.



Эквивалентные формулировки постулата о параллельных

В современных источниках обычно приводится другая формулировка, равносильная аксиоме параллельности Евклида и принадлежащая Проклу (за рубежом её часто называют аксиомой Плейфера):
в плоскости через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести одну и только одну прямую, параллельную данной.

Прокл Диáдох (412 — 485) — античный философ-неоплатоник, руководитель Платоновской Академии, при котором неоплатонизм достиг своего последнего расцвета.



Джон Плейфэр — шотландский математик и географ, профессор математики в Эдинбургском университете. В математике Плейфэр известен в первую очередь своими работами в области геометрии. Он опубликовал весьма популярное в своё время издание работ Евклида с комментариями. В 1795 году Плейфэр даёт свою формулировку аксиомы параллельности Евклида, получившую название *аксиома параллельности Плейфэра*.

Другие эквивалентные формулировки постулата о параллельных

Существует прямоугольник, то есть четырёхугольник, у которого все углы прямые.
Существуют подобные, но не равные треугольники.
Любую фигуру можно пропорционально увеличить.
Существует треугольник сколь угодно большой площади.
Прямая, проходящая через точку внутри угла, пересекает по крайней мере одну его сторону.
Через каждую точку внутри острого угла всегда можно провести прямую, пересекающую обе его стороны.
Сближающиеся прямые рано или поздно пересекутся.
Точки, равноудалённые от данной прямой (по одну её сторону), образуют прямую.
Если две прямые начали сближаться, то невозможно, чтобы они затем начали (в ту же сторону, без пересечения) расходиться.
Сумма углов одинакова у всех треугольников.
Существует треугольник, сумма углов которого равна двум прямым.
Две прямые, параллельные третьей, параллельны и друг другу.
Линия, ортогональная некоторому семейству параллельных прямых, является прямой.
Прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, непременно пересечёт и другую.
Через любые три точки можно провести либо прямую, либо окружность.
Справедлива теорема Пифагора (как минимум в одном прямоугольном треугольнике).
Отношение длины окружности к её диаметру является константой, то есть одинаково для любой окружности.

Попытки улучшить Евклида

Математики с давних времён пытались «улучшить Евклида» — либо исключить V постулат из числа исходных утверждений, то есть доказать его, опираясь на остальные постулаты и аксиомы, либо заменить его другим, столь же очевидным, как другие постулаты. Во всех приводимых ниже попытках оказывалось, что среди явных или неявных посылок содержится утверждение, которое не удаётся доказать без использования того же V постулата.

Приведем пример.
Прокл в «Комментарии к I книге Начал Евклида» сообщает, что такое доказательство предложил Клавдий Птолемей, критикует его доказательство и предлагает своё собственное. Приведенное доказательство опирается на допущение, что расстояние между двумя параллельными прямыми постоянно (или, по крайней мере, ограничено). Впоследствии выяснилось, что это допущение равносильно V постулату.

Вот еще некоторые из тех, кто занимался «улучшением» Евклида в этом смысле: Ал-Джаухари, ученик ал-Хорезми, Сабит ибн Курра, ибн ал-Хайсам, Омар Хайям, ал-Абхари, Насир ад-Дин ат-Туси, Герсонид, Христофор Клавиус, Валлис, Клеро, Луи Бертран, Ампер, Лейбниц, Декарт, Лагранж, Лежандр, Фурье, Гаусс, Якоби, Лобачевский и многие другие. Во второй половине 18 века было опубликовано 50 работ по теории параллельных; Клюгель (ученик известного Кёстнера, зав. кафедрой Евклида в Геттенгенском университете), представил диссертацию о параллельных линиях, где пришел к выводу о том, что все известные доказательства V постулата ошибочны.

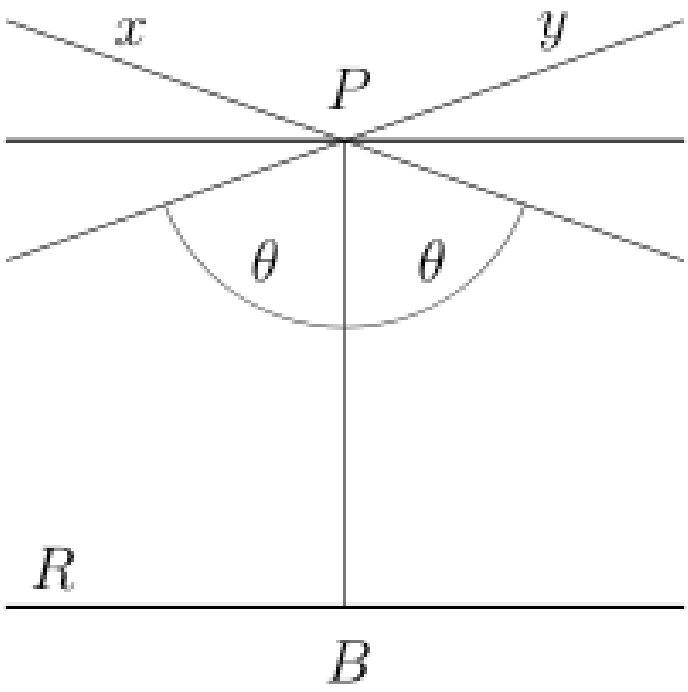
«Воображаемая геометрия» Лобачевского.

В студенческих записях лекций, прочитанных в 1815 г., Лобачевский делал попытку доказать V постулат, основываясь на неправильном чертеже (сам обнаружил ошибку). 1823 г. Написал учебник «Геометрия», в котором выделил «абсолютную геометрию» (без V постулата) в первые 5 глав (учебник не был разрешен к печати).

В последующие три года начал развивать неевклидову геометрию. Взял плейферовский вариант V постулата и заменил его на другой*: через точку вне прямой можно провести больше одной прямой, не встречающей исходную*. Можно было ожидать, что это допущение приведен к абсурду, но выводы постепенно складывались в гармоническое целое, которое Лобачевский назвал «воображаемой геометрией».

В феврале 1826 г. Лобачевский делает доклад на заседании физико-математического факультета. Просит разрешения опубликовать в Ученых записках физико-математического отделения, причем на французском языке. Создается комиссия из трех профессоров: И.М.Симонова (астроном и математик), А.Я.Купфера (химик и физик), Н.Д.Брашмана (адъюнкт по кафедре математики). В работе не разобрались. Чтобы не обижать, не дали отзыва и не возвратили работу (была утеряна). В 1829 Лобачевский все-таки публикует в Казанском вестнике работу «О началах геометрии» (примерно треть извлечена из «пропавшего» труда).

Приведём (в современных обозначениях) несколько фактов геометрии Лобачевского, отличающих её от геометрии Евклида и установленных самим Лобачевским.



Через точку *P*, не лежащую на данной прямой *R*, проходит бесконечно много прямых, не пересекающих *R* и находящихся с ней в одной плоскости; среди них есть две крайние *x*, *y*, которые и называются параллельными прямой *R* в смысле Лобачевского. Угол между перпендикуляром *PB* из *P* на *R* и каждой из параллельных (называемый *углом параллельности*) по мере удаления точки *P* от прямой убывает от 90° до 0° . Параллель *x* с одной стороны (а *y* с противоположной) асимптотически приближается к *a*, *R* с другой — бесконечно от неё удаляется

Для точки, находящейся от заданной прямой на расстоянии *PB = a,* Лобачевский дал формулу для угла параллельности *П(a)*:

$$\theta = \Pi(a) = 2\,\mathrm{arctg}\ e^{-\frac{a}{q}}$$

Здесь *q* — некоторая постоянная.

Если прямые имеют общий перпендикуляр, то они бесконечно расходятся в обе стороны от него. К любой из них можно восстановить перпендикуляры, которые не достигают другой прямой.

В геометрии Лобачевского не существует подобных, но неравных треугольников; треугольники равны, если их углы равны.

Сумма углов всякого треугольника меньше π и может быть сколь угодно близкой к нулю. Разность δ = π- (α + β + γ), где α, β, γ — углы треугольника, пропорциональна его площади:

$$S = q^2 \cdot \delta.$$

Из формулы видно, что существует максимальная площадь треугольника, и это конечное число: πq^2.

Линия равных расстояний от прямой не есть прямая, а особая кривая, называемая эквидистантой, или *гиперциклом*.
Предел окружностей бесконечно увеличивающегося радиуса не есть прямая, а особая кривая, называемая *предельной окружностью*, или орициклом.
Предел сфер бесконечно увеличивающегося радиуса не есть плоскость, а особая поверхность — предельная сфера, или орисфера; замечательно, что на ней имеет место евклидова геометрия. Это служило Лобачевскому основой для вывода формул тригонометрии.
Длина окружности не пропорциональна радиусу, а растёт быстрее. В частности, в геометрии Лобачевского число не может быть определено как отношение длины окружности к её диаметру.

Критика современниками работ Лобачевского

Работа «О началах геометрии» была, по просьбе Лобачевского, представлена в 1832 году советом Казанского университета в Академию Наук. Собрание конференции Академии постановило дать его М. В. Остроградскому для словестного отзыва.

Михаи́л Васи́льевич Острогра́дский (1801 - 1862) российский математик и механик, признанный лидер математиков Российской империи середины XIX века.

Основные работы Остроградского относятся к прикладным аспектам математического анализа, механики, теории упругости и магнетизма, теории вероятностей. Он внёс также вклад в алгебру и теорию чисел.

Хорошо известен метод Остроградского для интегрирования рациональных функций. В физике чрезвычайно полезна формула Остроградского для преобразования объёмного интеграла в поверхностный.

Из отзыва Остроградского на работу Лобачевского «О началах геометрии»

Автор, по-видимому, задался целью писать таким образом, чтобы его нельзя было понять. Он достиг этой цели; большая часть книги осталась столь же неизвестной для меня, как если бы я никогда не видал её. В ней я понял только следующее:

Можно допустить, что сумма углов в треугольнике меньше, чем два прямых угла. Геометрия, вытекающая из этой гипотезы, труднее и пространнее той, которая известна нам, и может служить большим подспорьем в чистом анализе и особенно в теории определённых интегралов, так как она уже послужила для нахождения значения двух определённых интегралов, которые никому ещё не удавалось получить и которые было бы, кроме того, трудно получить другим способом.

О том, что я прочёл, я считаю долгом сообщить Академии:

1) *Из двух определённых интегралов, которые г–н Лобачевский считает своим открытием, один уже известен. Его можно получить на основании самых элементарных принципов интегрального исчисления. Значение другого интеграла, данное на стр. 120, является, поистине, новым. Оно — достояние г–на Казанского ректора. К несчастью, оно неверно.*
2) *Всё, что я понял в геометрии г–на Лобачевского, ниже посредственного.*
3) *Всё, что я не понял, было, по-видимому, плохо изложено по той же самой причине, что в нём трудно разобраться.*

Из этого я вывел заключение, что книга г–на ректора Лобачевского опорочена ошибкой, что она небрежно изложена и что, следовательно, она не заслуживает внимания Академии».

В.Ф.Каган в книге «Лобачевский» показывает, что заявление *М.В. Остроградского* об ошибке в интеграле в книге *Н.И. Лобачевского* неправильно.

Вениами́н Фёдорович Ка́ган (1869 - 1953) — российский и советский математик, доктор физико-математических наук, профессор МГУ, первый заведующий кафедры дифференциальной геометрии (1922-1952). Труды по неевклидовой геометрии и дифференциальной геометрии, особенно в области римановой геометрии, в которой создал свою научную школу. В «Основаниях геометрии» дал аксиоматику евклидова пространства с подробным анализом непротиворечивости и независимости аксиом.
Его учениками были П. К. Рашевский, И. М. Яглом и В. В. Вагнер
Внуки — математик Я. Г. Синай и механик Г. И. Баренблатт.

Каган был издателем собрания сочинений Н. И. Лобачевского. Еще в в 1900 написал «Очерк геометрической системы Лобачевского». В 40-е прошлого века публикует несколько книг о Лобачевском.

В июне 1842 года *М.В. Остроградский* даёт второй отрицательный отзыв, на сей раз на работу *Н.И. Лобачевского* «О сходимости бесконечных рядов» (Казань, 1841), уже ничем не прикрывая своего раздражения против казанского учёного:
«Можно превзойти самого себя и прочесть плохо средактированный мемуар, если затрата времени искупится познанием новых истин, но более чем тяжело расшифровывать рукопись, которая их не содержит и которая трудна не возвышенностью идей, а причудливым оборотом предложений, недостатками в ходе рассуждений и нарочито применяемыми странностями».

В 1834 г. в журнале «Сын Отечества» увидела свет анонимная статья: «О началах геометрии, соч. г. Лобачевского», подписанную С.С.. Как замечает Каган, «это был не отзыв, а скорее грубый пасквиль, весь проникнутый издевательством.» Анализируя то, по чьей вине появился этот пасквиль, Каган, в первую очередь, возлагает ответственность на издательство: «Это был период, когда журналом руководили небезызвестные Ф.В.Булгарин и М.Н.Греч, это «беспринципный дуумвират», который субсидировался «Третьим отделением» (тайной политической полицией). Они имели своеобразную монополию литературного слова, о которой А.С.Пушкин говорил: «Русская словесность головой выдана Булгарину и Гречу». И эти люди, к которым писательская среда того времени относилась с негодованием и презрением, жестоко третировали молодого русского ученого…»

Лобачевский написал опровержение. За Лобачевского вступился Мусин-Пушкин, в то время – попечитель Казанского учебного округа, однако опровержение так и не было напечатано.

Выдержки из статьи «О началах геометрии, соч. г. Лобачевского»

«Есть люди, которые, прочитав иногда одну книгу, говорят: она слишком проста, слишком обыкновенна, в ней не о чем и подумать. Таким любителям думанья советую прочесть геометрию Лобачевского. Вот уж подлинно есть о чем подумать. Многие из первоклассных наших математиков (намек на Остроградского!) читали ее, думали и ничего не поняли... Даже трудно было бы понять и то, каким образом г. Лобачевский из самой легкой и самой ясной в математике, какова геометрия, мог сделать такое тяжелое, такое темное и непроницаемое учение, если бы сам он отчасти не надоумил нас, сказав, что его Геометрия отлична, от употребительной, которой все мы учились и которой, вероятно, уже разучиться не можем, а есть только воображаемая. Да, теперь все очень понятно. Чего не может представить воображение, особливо живое и вместе уродливое! Почему не вообразить, например, черное — белым, круглое — четырехугольным, сумма всех углов в прямолинейном треугольнике меньше двух прямых и один и тот же определенный интеграл равным то $\pi/4$, то ∞? … Как можно подумать, чтобы г. Лобачевский, ординарный профессор математики, написал с какой-нибудь серьезной целью книгу, которая немного принесла бы чести и последнему приходскому учителю? … истинная цель, для которой г. Лобачевский сочинил и издал свою Геометрию, есть просто шутка, или, лучше, сатира на ученых математиков, а может быть, и вообще на ученых сочинителей настоящего времени... Но, сознавая всю цену сочинения г. Лобачевского, я не могу, однако ж, не пенять ему за то, что он, не дав своей книге надлежащего заглавия, заставил нас долго думать понапрасну. Почему бы вместо заглавия «О началах геометрии» не написать, например, сатира на геометрию, карикатура на геометрию или что-нибудь подобное?..»

Частичная нормализация ситуации

Мусин-Пушкин твёрдо поддержал Лобачевского, и постепенно ситуация несколько нормализовалась.

Граф **Михаил Николаевич Муси́н-Пу́шкин** (1795-1862) — военный и общественный деятель Российской империи, действительный тайный советник (гражданский чин II класса в Табели о рангах; лица, имевшие этот чин, занимали высочайшие государственные должности).

Почётный член Российской академии наук.

Учился в Казанском университете, участвовал в походах 1812—1814 годов.

С 1829 по 1845 годы был попечителем Казанского учебного округа.

В 1836 году Казанский университет посетил царь Николай I, остался доволен и наградил Лобачевского престижным орденом Анны II степени, дававшим право на потомственное дворянство. 29 апреля 1838 года «за заслуги на службе и в науке» Н. И. Лобачевскому было пожаловано дворянство и дан герб.

Сканы из «Общего гербовника дворянских родов Всероссийской империи»

ГЕРБЪ

ЛОБАЧЕВСКАГО.

Щитъ пересѣченъ. Въ первой, черьленой части, золотая о шести лучахъ, составленная изъ двухъ треугольниковъ, звѣзда и золотая пила. Во второй, лазуревой части, серебряная опрокинутая стрѣла, надъ такою же опрокинутою подковою. Щитъ увѣнчанъ дворянскимъ шлемомъ и короною. Нашлемникъ три серебряныхъ страусовыхъ пера. Намет справа-черьленый, съ золотомъ, слѣва-лазуревый, съ серебромъ.

Ректоръ Императорскаго Казанскаго Университета Николай Лобачевскій въ службу вступилъ въ 1814 году; 1816 Декабря 31 произведенъ въ Надворные Совѣтники и, состоя въ чинѣ Статскаго Совѣтника, 29 Апрѣля 1832 года получилъ дипломъ на потомственное дворянское достоинство. Гербовый

Описание герба (блазон) из **«Общего гербовника дворянских родов Всероссийской империи»**

Щит пересечен. В первой, червленой части, золотая о шести лучах, составленная из двух трехугольников, звезда и золотая пчела. Во второй, лазуревой части, серебряная опрокинутая стрела, над такою же опрокинутою подковою. Щит увенчан дворянскими шлемом и короною. Нашлемник: три серебряных страусовых пера. Намет: справа - червленый, с золотом, слева - лазуревый, с серебром.

Ректор Императорскаго Казанскаго Университета Николай Лобачевский в службу вступил в 1814 году; 1818 Декабря 31 произведен в Надворные Советники и, состоя в чине Статскаго Советника, 29 Апреля 1838 года получил диплом на потомственное дворянское достоинство.

Другие авторы неевклидовой геометрии

Идея о том, что V постулат не может быть доказан на основе других посылок евклидовой геометрии, и что допущение постулата, противоположного постулату Евклида, позволяет построить геометрию столь же содержательную, как и евклидова, развивалась Гауссом (он пришёл к таким выводам ещё раньше), а также венгерским математиком Бойяи (независимо от Лобачевского, которого он не знал). Труды Бойяи не привлекли внимания, и он вскоре оставил эту тему, а Гаусс вообще воздерживался от публикаций, и о его взглядах можно судить лишь по нескольким письмам и дневниковым записям.

Иоганн Карл Фри́дрих Га́усс (1777 — 1855) - немецкий математик, астроном и физик, считается одним из величайших математиков всех времён. [

Гаусс первым построил основы неевклидовой геометрии. В письме к Тауринусу (8 ноября 1824) пишет: допущение, что сумма трех углов треугольника меньше 180°, приводит к своеобразной … геометрии … я имею возможность решать в этой геометрии любую задачу, за исключение определения некоторой постоянной, значение которой априори установлено быть не может …»

Гаусс держал свои исследования в секрете (вероятно, из-за того, что они шли вразрез с догматом евклидовости пространства в доминирующей в то время Кантовской философии). Тем не менее, сохранилось письмо Гаусса к Лобачевскому, в котором ясно выражено его чувство солидарности, а в личных письмах, опубликованных после его смерти, Гаусс восхищается работами Лобачевского.

В 1817 году он писал астроному В. Ольберсу: «Я прихожу всё более к убеждению, что необходимость нашей геометрии не может быть доказана, по крайней мере человеческим рассудком и для человеческого рассудка. Может быть, в другой жизни мы придем к взглядам на природу пространства, которые нам теперь недоступны.»

Гаусс поддерживал Лобачевского

«Я начинаю читать по-русски довольно успешно и нахожу в этом большое удовольствие. Г-н Кнорре прислал мне небольшой мемуар Лобачевского (в Казани), написанный по-русски, и как этот мемуар, так и небольшая книжка о параллельных линиях на немецком языке … возбудили во мне желание узнать больше об этом остроумном математике.

Работы господина Лобачевского *«можно уподобить запутанному лесу, через который нельзя найти дороги, не изучив предварительно каждого дерева».*

«В последнее время я имел случай вновь прочитать небольшое сочинение Лобачевского «Геометрические исследования по теории параллельных линий». Это сочинение содержит основания геометрии, которая должна бы существовать и строгое последовательное развитие которой должно было бы иметь место, если бы евклидова геометрия не была истинной. Некто Швейкарт назвал такую геометрию «астральной». Лобачевский называет её «воображаемой геометрией». Вы знаете, что я уже пятьдесят четыре года (с 1792 г.) имею те же убеждения; материально я, таким образом, не нашёл для себя в сочинении Лобачевского ничего нового; но развитие предмета следует другому пути, отличному от того, которым шёл я, и выполнено Лобачевским мастерски, в истинно геометрическом духе.

В 1842 году *К.Ф. Гаусс* представил *Н.И. Лобачевского* к избранию в Гёттингенское королевское научное общество:

«Королевскому обществу позволю себе предложить в корреспонденты нашего общества русского имперского статского советника Н. Лобачевского, профессора в Казани, одного из самых выдающихся математиков русского государства.

Гёттинген 23 ноября 1842, с преданностью Гаусс

Янош Бойяи (1802 —1860) — венгерский математик, один из первооткрывателей неевклидовой геометрии.

Уже в колледже увлёкся исследованием пятого постулата Евклида. Его отец, известный математик Фаркаш Бойяи, писал сыну: «Молю тебя, не делай только и ты попыток одолеть теорию параллельных линий: ты затратишь на это все свое время, а предложения этого вы не докажете все вместе. Я изучил все пути до конца … Я прошел весь беспросветный мрак этой ночи, и всякий светоч, всякую радость жизни я в ней похоронил».

Вскоре Янош приходит к выводу, что пятый постулат независим от остальных.

Примерно в 1820—1823 годах Бойяи заканчивает трактат с описанием новой геометрии.

В 1832 году отец публикует своё сочинение, а в приложении к нему — работу сына, вошедшую в историю математики под именем *Appendix*.

Полное название труда Яноша Бойяи: «*Приложение, содержащее науку о пространстве, абсолютно истинную, не зависящую от истинности или ложности XI аксиомы Евклида (что a priori никогда решено быть не может)*».

Бойяи, Гаусс и Лобачевский

Годом ранее (1831) Фаркаш Бойяи послал «Аппендикс» своему давнему другу Гауссу. Прочитав сочинение, Гаусс написал Герлингу - одному из своих друзей: «Этот юный геометр Бойяи — гений высшего класса». Самому же Фаркашу Гаусс ответил: «… хвалить ее [работу твоего сына] значило бы хвалить самого себя … результаты, которые он получил, почти сплошь совпадают с моими собственными достижениями, которые частично имеют уже давность 30-35 лет.»

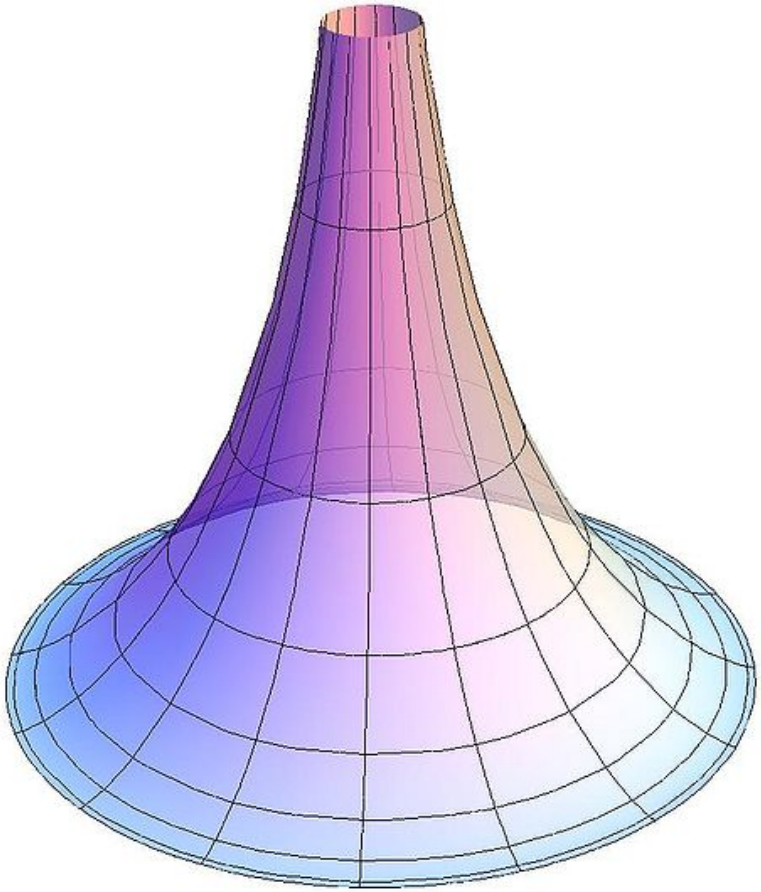
Печальная новость, что его опередили, ошеломила молодого Бойяи, только что произведенного в капитаны. Его здоровье ухудшается, характер портится, и вскоре он уходит в отставку (1833). Пенсии он не выслужил, живёт на средства отца. В последствии пытается продолжить математические работы, но вскоре забрасывает несколько сочинений, очень интересных по своим идеям.

1848: Янош Бойяи знакомится с трудом Лобачевского, который ещё в 1829 году, на 3 года раньше Бойяи, опубликовал сходную по идеям работу. Бойяи в ярости. Он подозревает, что у него украли лучшие идеи, что никакого Лобачевского никогда не существовало, и всё это проделки хитроумного Гаусса. В то же время он восхищается мастерством и остроумием доказательства некоторых теорем. Последние годы Бойяи омрачены тяжёлым душевным разладом.

1852: Бойяи начинает несколько новых исследований, но ни одно не доводит до завершения. После его смерти были обнаружены более 20000 листов незаконченных математических рукописей. Однако «Аппендикс» так и остался единственной его работой, напечатанной при жизни автора.

Признание геометрии Лобачевского. Доказательство ее непротиворечивости.

Лобачевский умер в 1856 году. Спустя несколько лет была опубликована переписка Гаусса, в том числе несколько восторженных отзывов о геометрии Лобачевского, и это привлекло внимание к трудам Лобачевского. Появляются переводы их на французский и итальянский языки, комментарии видных геометров. Публикуется и труд Бойяи.



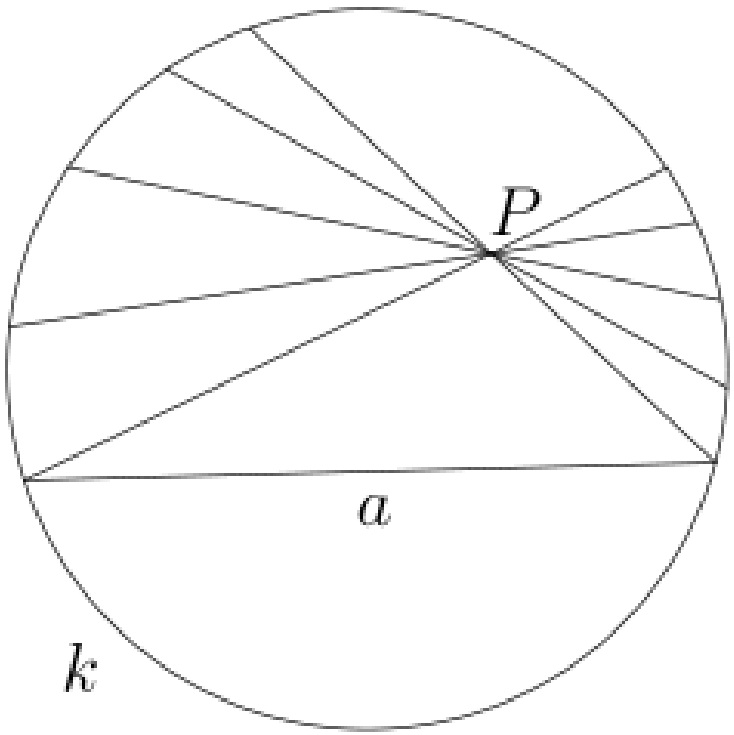
Итальянский математик Э. Бельтрами в 1868 г. заметил, что геометрия на куске плоскости Лобачевского совпадает с геометрией на поверхностях постоянной отрицательной кривизны (известный пример – псевдосфера Миндинга). Если точкам и прямым на конечном куске плоскости Лобачевского сопоставлять точки и кратчайшие линии на псевдосфере, а движению в плоскости Лобачевского сопоставлять перемещение фигуры по псевдосфере, сохраняющее длины, то всякой теореме геометрии Лобачевского будет отвечать факт, имеющий место на псевдосфере. Это была локальная интерпретация геометрии Лобачевского.

Еще один показатель признания – в 1870 г. Вейерштрасс посвящает геометрии Лобачевского специальный семинар в Берлинском университете.

Окончательно непротиворечивость геометрии Лобачевского была доказана в 1871 году, после появления модели Клейна.

Феликс Христиан Клейн (1849—1925) — немецкий математик и педагог. Член Берлинской академии наук (1913), иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук (1895).
Клейну принадлежит идея алгебраической классификации различных отраслей геометрии: один раздел геометрии отличается от другого тем, что им соответствуют разные группы преобразований пространства, а объектами изучения выступают инварианты таких преобразований. Высказал все эти идеи в выступлении 1872 года, получившем название «Эрлангенской программы». Одним из важнейших его достижений стало первое доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского (построил модель Клейна). Он построил пример односторонней поверхности — «бутылку Клейна».

Модель Клейна.



В 1871 году Клейн предложил первую модель плоскости Лобачевского.
Плоскостью служит внутренность круга, *точкой* — точка внутри круга, а *прямой* — хорда круга без концов.
Движением является любое преобразование круга в себя, которое переводит хорды в хорды (проективное преобразование).
Равными называются фигуры внутри круга, переводящиеся одна в другую такими движениями.
Оказывается, что любой геометрический факт, описанный на таком языке, представляет теорему или аксиому геометрии Лобачевского.

Евклидова аксиома о параллельных здесь явно не выполняется, так как через точку *P*, не лежащую на данной хорде *a* (то есть «прямой»), проходит сколько угодно не пересекающих её хорд («прямых»).
В этой модели расстояние между точками *A* и *B* на хорде NM определяется через двойное отношение (сохраняется при проективных преобразованиях):

$$\rho(A,B) = \ln\frac{AN}{AM} : \frac{BN}{BM}.$$

В 1882 Пуанкаре, в связи с задачами теории функций комплексного переменного, предложил другую модель плоскости Лобачевского.

Жюль Анри́ Пуанкаре́ (1854 —1912) — французский математик, физик, астроном и философ. Глава Парижской академии наук (1906), член Французской академии (1908) и ещё более 30 академий мира, в том числе иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук (1895). Он считается, наряду с Гильбертом, последним математиком-универсалом, учёным, способным охватить все математические результаты своего времени. Его перу принадлежат более 500 статей и книг. Среди его самых крупных достижений:

Создание топологии.

Качественная теория дифференциальных уравнений.

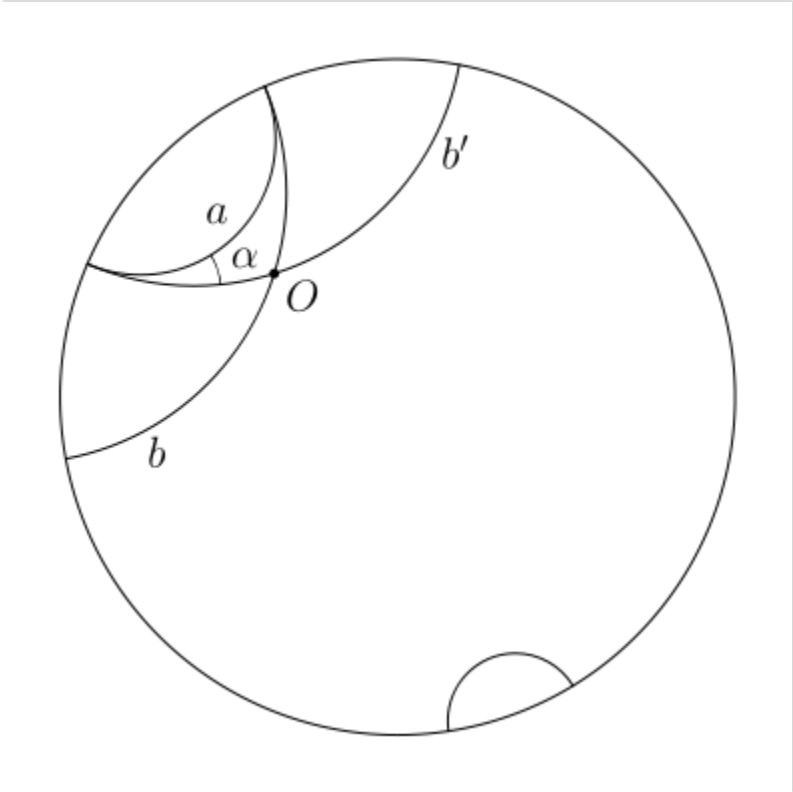
Теория автоморфных функций.

Разработка новых, чрезвычайно эффективных методов небесной механики.

Создание математических основ теории относительности.

Наглядная модель геометрии Лобачевского.

Модель Пуанкаре.



В 1882 Пуанкаре предложил другую модель плоскости Лобачевского.
За *плоскость Лобачевского* принимается внутренность круга. Граница круга называется *абсолютом*.
Прямыми считаются дуги окружностей, перпендикулярных абсолюту, и его диаметры.
Движения — композиции комплексных дробно-линейных преобразований, сохраняющих круг, с осевыми симметриями относительно диаметров круга. Модель Пуанкаре примечательна тем, что в ней углы изображаются обычными, евклидовыми, углами. Если сделать дробно-линейное преобразование, переводящее круг в верхнюю полуплоскость, то получим еще одну разновидность модели Пуанкаре.

Расстояние между точками *A* и *B* в модели единичного круга (точки заданы своими комплексными координатами):

$$\operatorname{th}\frac{\rho(A,B)}{2} = \left|\frac{A-B}{1-A\bar{B}}\right|$$

Расстояние между точками *A* и *B* в модели верхней полуплоскости:

$$\operatorname{th}\frac{\rho(A,B)}{2} = \left|\frac{A-B}{\bar{A}-B}\right|$$

Приложение неевклидовой геометрии к механике, физике, космологии

В заключительной части мемуара «О началах геометрии» Лобачевский говорит: «*Осталось бы исследовать, какого рода перемена произойдет от введения воображаемой геометрии в механику, и не встретится ли здесь принятых уже несомнительных понятий о природе вещей, но которые принудят нас ограничивать или совсем не допускать зависимости линий и углов*». Например, поступательное прямолинейное движение в классической механике: все точки описывают равные и параллельные прямолинейные пути. Но в неевклидовой геометрии множество точек, равноудаленных от прямой, не есть прямая. В 1879 г. Де-Тилли указал на простейшие модификации, которые признание неевклидовой геометрии должно внести в кинематику (думал, что это опровергнет Лобачевского). Затем Болл построил кинематику гиперболического пространства (его последняя работа вышла в 1883). Затем появилась неевклидова динамика (Киллинг, Болл, Либман, завершил А.П.Котельников). В 1905 г. вышел первый мемуар Эйнштейна, положивший начало теории относительности. Как и геометрия Лобачевского, в малых областях, дает приближенно евклидову геометрию, теория относительности, при малых скоростях, дает механику Ньютона. Принятие геометрии Лобачевского подготовило принятие теории относительности.

Основные даты научной биографии Н.И.Лобачевского.

1802, 5 ноября, поступил в Казанскую гимназию.
1807, 14 февраля, переведен в студенты университета.
1811, 3 августа, получил степень магистра физико-математических наук.
1814, 26 марта, утвержден адъюнктом физико-математических наук и с ближайшего учебного года приступил к чтению различных разделов чистой и прикладной математики.
1816, 7 июля, утвержден экстраординарным профессором.
1822, 25 февраля, избран ординарным профессором.
1820 с 19 ноября по июль 1821 г. и с 31 мая 1823 по август 1825 г. нес, по избранию, должность декана физико-математического факультета.
1826, 11 февраля, сделал в заседании физико-математического факультета доклад, содержавший изложение основных начал открытой им неевклидовой геометрии.
1827, 30 июля, утвержден ректором университета; 25 августа вступил в эту должность и непрерывно нес ее до 14 августа 1846 г.
1829-1830 опубликовал в журнале «Казанский вестник» мемуар «О началах геометрии», в котором в первый раз появилось в печати изложение неевклидовой геометрии.
1845, 18 апреля, вступил в управление округом по случаю перемещения попечителя Мусина-Пушкина в С.-Петербург.
*1846 ,*14 августа, назначен помощником попечителя Казанского учебного округа.
1855, опубликовал последнюю свою работу «Пангеометрия».
1866 , 12 ноября, уволен от службы по болезни с причислением к министерству.

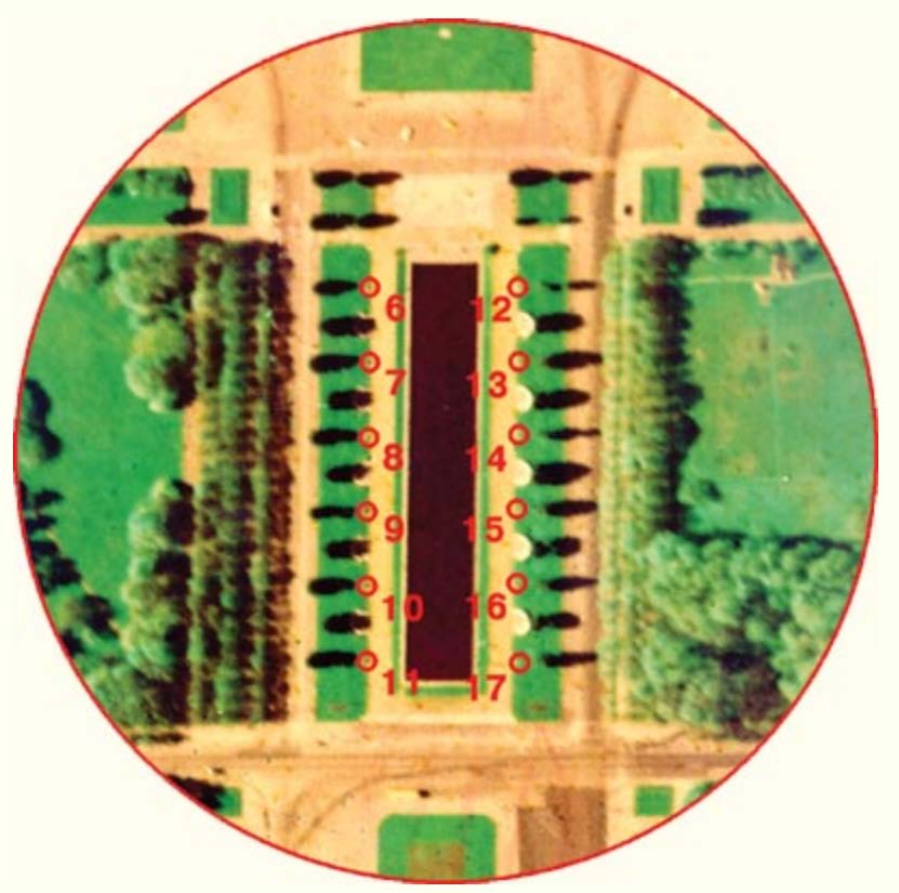
Когда же родился Н.И.Лобачевский

Бюст Лобачевского на аллее выдающихся ученых близ МГУ на Воробьевых горах открыт в 1954 году
скульптор Н. В. Давыдкин.

Подпись:
Николай Иванович
ЛОБАЧЕВСКИЙ
1793-1856

Географический факультет МГУ

http://www.geogr.msu.ru/science/aero/acenter/atlas/36-37'06-17.htm



6

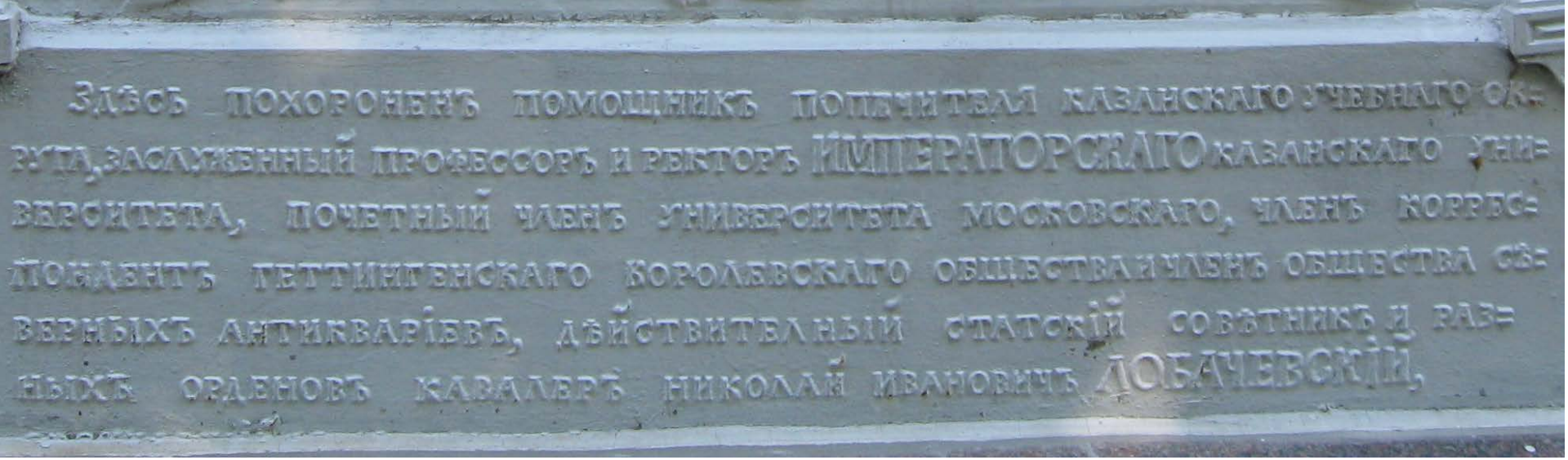
Н.И.Лобачевский (1792-1856)

(скульптор Н. В. Дыдыкин)

Могила Н.И.Лобачевского на Арского кладбища (в середине). Слева – судя по всему, могила младшего брата Алексея Ивановича Лобачевского (хотя написано Александра), справа – могила дочери Софьи Николаевны Казиной (Лобачевской)

У Николая Ивановича Лобачевского было брата — Александр и Алексей:
старший (на 2-3 года) Александр, утонул во время купания в реке Казанке в 1807 году,
младший (на 2-3 года) Алексей (жил долго)

Козлова
Валентина
Здѣсь похороненъ помощникъ попечителя казанскаго учебнаго ок-
руга, заслуженный профессоръ и ректоръ императорскаго казанскаго унив-
ерситета, почетный членъ университета московскаго, членъ корреспо-
ндентъ геттингенскаго королевскаго общества и членъ общества сѣ-
верныхъ антикваріевъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ и раз-
ныхъ орденовъ кавалеръ николай ивановичъ лобачевскій,



Попечитель — лицо, заботящееся об интересах, нуждах или потребностях другого лица или организации. В Российской империи должность куратора учебных заведений и других учреждений. Попечитель университета и округа представлял в университете правительство; обычно назначался императором из известных чиновников или сановников.

Антикварий — назывался у римлян ученый, охотно употреблявший в своей речи и писаниях старинные обороты и формы (архаизмы). С возрождением классических наук А. сделался названием ученого, занимающегося исследованием древностей, преимущественно старых памятников искусства. Во Франции, Англии и в России А. значит то же, что знаток древностей и археолог.

Ста́тский сове́тник — гражданский (статский) чин V класса в российской Табели о рангах (закон о порядке гос. Службы в Российской империи (соотношение чинов по старшинству, последовательность чинопроизводства). Утверждена императором Петром I).

Герб и ордена Лобачевского

Здесь похоронен студент
Алексей Николаевич Лобачевский,
скончавшийся 19 лет в 1852 году
января (генваря) 23 дня
(старший сын Н.И., имевший
большое сходство с отцом, умер от
туберкулеза)

Здесь похоронен студент
Александр Иванович Лобачевский,
скончавшийся 17 лет в 1807 году
июля 19 дня
(старший брат Н.И., утонул во время
купания в реке Казанке)

Датировка дня рождения Н.И.Лобачевского

Многие документы утерялись или были уничтожены пожаром 1842 г., когда погиб архив Казанской гимназии и Казанского университета (там Лобачевский работал всю свою жизнь), вероятно, тогда сгорели метрики братьев Лобачевских.

Не дошел до нас и архив Нижегородской мужской гимназии, реорганизованной в марте 1808 г. из Главного Народного училища, и где, надо полагать, начинали свое обучение старшие Лобачевские – Александр и Николай (по семейным преданиям Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ родился в Нижнем Новгороде).

В кратком очерке жизни и деятельности Н.И., опубликованном в 1857 году его учеником профессором Казанского университета Александром Федоровичем Поповым говорится, что Лобачевский родился в Нижнем Новгороде (без даты).

Э.П. Янишевский, первый серьезный биограф Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО (учился у Лобачевского), издавший свой труд в 1868 г., называет местом рождения его Макарьевский уезд Нижегородской губернии и 1793 год.

100-летие со дня рождения Лобачевского праздновали 22 октября 1893. Организатором и главным инициатором празднования был А.В.Васильев.

Александр Васильевич Васильев (1853-1929), русский математик и общественный деятель, один из основателей Казанского физико-математического общества, пропагандист идей Лобачевского, участвовал в издании *«Полного собрания сочинений по геометрии»* Н. И. Лобачевского, и опубликовал ряд статей о Лобачевском, в частности его биографию, после 1917 года избежал репрессий и работал как математик, написал новую расширенную книгу о Лобачевском, в 1927 году книга была отпечатана, однако тираж пролежал без движения на складе Госиздата два года и в 1929 г. был уничтожен (в конце 1920-х Васильев иммигрировал, скончался во Франции). В начале 1990-х был найден экземпляр вёрстки и в 1992 году книга была издана повторно (профессорами В.А.Бажановым и А.П.Широковым).

Васильев предложил создать библиотеку «Лобачевскиана», издать полное собрание трудов Лобачевского, учредить премию Лобачевского. По его инициативе создан капитал «фонда Лобачевского» (из процентов на этот капитал выплачивалась Премия имени Лобачевского), первые лауреаты: С.Ли, В.Киллинг, Д.Гильберт, Л.Шлезингер. Ф.Шур. Г.Вейль, Э.Картан.

В 1906 году (50-летие со дня смерти Лобачевского) по инициативе А.В.Васильева перед зданием Казанского университета установлен памятник Лобачевскому.

Памятник Лобачевскому перед Казанским университетом
(1906 год, изготовлен Марией Львовной Диллон, основа – портреты Крюкова)
Указана дата смерти, не указана дата рождения (написано: умер в 63 года)

1929 год – по инициативе А.В.Васильева академик В.И.Вернадский (председатель комиссии по истории знаний) делает запрос в Нижегородское краевое архивное бюро относительно документов, касающихся Лобачевского. Поиском занялся архивариус Иван Иванович Вишневский. Обнаружил (в книге исповедных росписей Алексеевской церкви):

В 1792 году родилось.

В ноябре.

5. Рож 20, кре 25. Нижегородскаго наместническаго правления у регистратора Ивана Максимова сын Николай …

Вишневский сразу понял, что это – про Н.И.Лобачевского (об этом появилась заметка в газете Нижегородская коммуна в 1929 году под названием «Где и когда родился математик Лобачевский», автор заметки С.И.Богодин).

Деятельность А.В.Васильева по изучению биографии Лобачевского продолжил В.Ф.Каган. В книге «Великий ученый Н.И.Лобачевский и его место в мировой науке» (1943) в качестве дня рождения Лобачевского Каган указывает 22 октября 1793, а место рождения - Макарьев. В следующем 1944 году в книге «Лобачевский» пишет, что Лобачевский родился 20 ноября 1792 (по старому стилю) в Нижнем Новгороде. При этом, Каган ссылается на материалы, найденные Вишневским: он знал их раньше, но не мог проверить их подлинность по условиям военного времени. Позже получил документы из Горьковского архива, а также еще ряд подтверждений.

П.С.Александров, из рецензии на книгу В.Ф.Кагана «Лобачевский»:

«Из того, что 20 ноября 1792 г. у регистратора Ивана Максимова в Нижнем Новгороде родился сын Николай, еще не следует, что у землемера Ивана Максимовича Лобачевского 22 октября 1793 г. сын Николай не родился где-то в Макарьевском уезде Нижегородской губерни».

В противоположность, в книге Л.Б.Модзалевского «Материалы для биографии Н.И.Лобачевского», в предисловии, написано: «Последней и наиболее полной и достоверной биографией Лобачевского является книга проф. В.Ф.Кагана «Лобачевский»»

МНЕНИЯ РАЗДЕЛИЛИСЬ, НУЖНЫ БЫЛИ НОВЫЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА.

По просьбе В.Ф.Кагана президент АН СССР С.И.Вавилов в 1948 г. обращается в Горьковский архив. Однако, еще до этого в конце 1947 г. поиском занялась группа, созданная академиком А.А.Андроновым (1901–1952). Первая публикация была в газете Горьковская коммуна в 1948 г., называлась «Где и когда родился Н.И.Лобачевский». После смерти Андронова, в 1956 г., вышла одноименная публикация в журнале Историко-математически исследования, в которой говорится: … на основании всей совокупности … документов …, на основании их изучения и сопоставления необходимо придти к выводу, что … Николай Иванович Лобачевский родился в Нижнем Новгороде 20 ноября 1792 г. (по старому стилю).

Небольшое вычисление

Итак, Николай Иванович Лобачевский родился

20 ноября по старому, юлианскому календарю, или

1 декабря по новому, григорианскому календарю.

Известно, но старый-новый год отмечается с 13 на 14 января, значит, сдвиг от нового к старому равен 13 дням. В случае с датой Лобачевского мы не прибавляем к новому, а вычитаем!

1 января ------- 14 января ---------- 20 ноября --------- 1 декабря

новое начало	старое начало	старая дата	новая дата

Не противоречит ли это? Нет:

Когда старое начало сдвинулось назад, расстояние от него до даты возросло, поэтому старая дата сдвинулась вперед.

Но есть другая проблема:

14 января = 1января + 13дней,

однако

20 ноября = 1 декабря – 11 дней!

В юлианском календаре високосными являются все годы, кратные 4.
В григорианском календаре год является високосным, если он кратен 4, но исключение делается для тех годов, которые кратны 100. Такие годы являются високосными только тогда, когда делятся на 400.
Т.о., разница между юлианским и григорианским календарями постепенно увеличивается.

Разница, дней	Период (по юлианскому календарю)	Период (по григорианскому календарю)
10	5 октября 1582 — 29 февраля 1700	15 октября 1582 — 11 марта 1700
11	1 марта 1700 — 29 февраля 1800	12 марта 1700 — 12 марта 1800
12	1 марта 1800 — 29 февраля 1900	13 марта 1800 — 13 марта 1900
13	1 марта 1900 — 29 февраля 2100	14 марта 1900 — 14 марта 2100
14	1 марта 2100 — 29 февраля 2200	15 марта 2100 — 15 марта 2200
15	1 марта 2200 — 29 февраля 2300	16 марта 2200 — 16 марта 2300

Картина художника В.А. Щегольковa, которая известна как «Портрет молодого Лобачевского».

Длительные изыскания Б.В. Федоренко, одного из исследователей жизни и творчества Николая Ивановича Лобачевского, завершились абсолютно убедительным выводом: ученый не мог служить оригиналом этого портрета. Портрет был написан В.А. Щегольковым в 1833 году как пробная работа с натуры (на обратной стороне портрета имеется текст: «Писал с натуры»). На портрете изображен юноша с карими глазами, а Н.И. Лобачевскому в это время было сорок лет, да и глаза у него были серые.

Этот портрет неоднократно воспроизводился в различных изданиях, в частности в первом томе полного собрания сочинений Лобачевского и в известной монографии профессора В.Ф. Кагана «Лобачевский». В

1992 году к двухсотлетию Н.И. Лобачевского Банк России выпустил юбилейную монету достоинством в один рубль с этим лжепортретом Лобачевского.

«**Портрет Лобачевского в старости**». Декабрь 1855 года. С дагерротипа (фотографический процесс, непосредственное получение при съёмке позитива).

Портрет Лобачевского работы Л. Д. Крюкова (между 1833 и 1836)

Бытует мнение, что портреты Лобачевского существенно отличаются от его реального облика. Лобачевский был высокого роста, худощавый, несколько сутуловатый, с удлиненным лицом, глубоким взором темно-серых глаз и со сдвинутыми бровями. Густые темно-русые волосы слегка курчавились и торчали вихрами во все стороныВ книге «Материалы для биографии Н.И. Лобачевского» Л.Б. Модзалевского есть упоминание о том, как сам Лобачевский посмеивался над своим портретом работы Крюкова: «Неужели это я, совсем не похож!»

Речь о важнейших предметах воспитания

(на торжественном собрании Казанского университета 5 июля 1828 г.)

Вот уже год прошел, любезные мои товарищи, как по избранию вашему, несу я на себе должность, которой почасти, важность и трудности служат доказательством лестной вашей ко мне доверенности. Не смею жаловаться на то, что Вы захотели отозвать меня от любимых мною занятий, которым долгое время предавался я по склонности. Вы наложили на меня новые труды и чуждые до того мне заботы; но я не смею роптать, потому что вы предоставили мне и новые средства быть полезным. Я принял ваш вызов, потому что уважал вашим мнением; потому что не хотел противиться общему желанию; потому что сам первый не мог оправдать того, кто на моем месте вздумал бы отказаться.

……

О, как бы расточительны мы были с нашей жизнью, если бы мысль о смерти еще не стояла на страже. Где более света, там гуще тень: так все премудро соглашено в мире. Животное следует слепо своему побуждению. Человек знает наслаждения, ищет их с выбором, утончает их; но он не большим пользуется превосходством - он знает, чего бы лучше не знать, знает, что он должен умереть. Мысль мучительная, которая отравляет все наши удовольствия, подобно мечу Дионисия, на волосе повешенному над головою. Смерть, как бездна, которая все поглощает, которую ничем наполнить нельзя; как зло, которое ни в какой договор включить не можно, потому что оно ни с чем нейдет в сравнение.

Литература

Полное собрание сочинений по геометрии Н.И.ЛОБАЧЕВСКОГО. Изд. Казанского университета. Казань 1883 г.
Каган В. Ф. Лобачевский. — Издание второе, дополненное. — М.-Л.: АН СССР, 1948.
Каган В. Ф. Основания геометрии. Гос. Изд-во технико-теоретической лит, М. 1949.
Каган В. Ф. Лобачевский и его геометрия. Гос. Изд-во технико-теоретической лит, М. 1955.
Модзалевский Л. Б. Н. И. Лобачевский. Материалы для его биографии. Изд. АН СССР, М.-Л., 1948.
Лаптев Б. Л. Н. И. Лобачевский и его геометрия. — М.: Просвещение, 1976. — 112 с.
Широков П. А. Краткий очерк основ геометрии Лобачевского. – 2-е изд. – М.: Наука, 1983.
Полотовский Г.М. Как изучалась биография Н.И.Лобачевского. К 150-летию со дня смерти Н.И.Лобачевского. Математика в высшем образовании, 2006, N 4.
А.А. Андронов о Н.И.Лобачевском
Новые материалы к биографии Н.И.Лобчевского. Научное наследие, т. 12, составитель и автор Б.В.Федоренко, Ленинград, Наука, 1988.