Содержание

1 Введение

В настоящей работе описывается алгоритм перечисления топологически различных особенностей типа седло-седло для интегрируемой гамильтоновой системы с двумя степенями свободы. Как оказалось, задача топлогической классификации особенностей типа седло-седло может быть сведена к задаче перечисления наборов перестановок некоторого специального вида. Алгоритм перечисления этих наборов реализован на компьютере.

Напомним основные определения.

Определение 1. Интегрируемой гамильтоновой системой с двумя степенями свободы мы будем называть четвёрку (M^4, ω, H, F), где (M^4, ω) — четырёхмерное симплектическое многообразие, а H и F — гладкие функции на M^4, которые коммутируют относительно скобки Пуассона и фукнкционально независимы (т.е. дифференциалы функций H и F линейно независимы почти всюду на M^4).

Определение 2. Точка $x \in M^4$ называется *особой точкой* интегрируемой гамильтоновой системы (M^4, ω, H, F), если в этой точке дифференциалы функций H и F равны 0.

В работе [3] дано определение *невырожденной* особой точки и показано, что существует 4 типа невырожденных точек: центр-центр, центр-седло, фокус-фокус и седло-седло.

Определение 3. Отображение $\Phi : M^4 \to \mathbb{R}^2$, переводящее точку $x \in M^4$ в точку $(H(x), F(x)) \in \mathbb{R}^2$, называется *отображением момента.*

Мы будем предполагать, что прообраз любой точки при отображении момента компактен. Многообразие M^4 расслоено на связные компоненты прообразов точек при отображении момента Φ. Это слоение (вообще говоря, с особыми слоями) называется *слоением Лиувилля.*

Определение 4. Две интегрируемые гамильтоновы системы называются *лиувиллево эквивалентными* (или *послойно эквивалентными*), если между соответствующими многообразиями существует диффеоморфизм, переводящий слоение Лиувилля первой системы в слоение Лиувилля второй.

Из теоремы Лиувилля сразу следует, что в окрестности тора Лиувилля любые две системы послойно эквивалентны. Пусть $L = \Phi^{-1}(0,0)$ — особый слой, содержащий невырожденную особую точку x. Рассмотрим окрестность этого слоя $U(L)$, являющуюся прообразом некоторой малой окрестности точки $(0,0)$. Если точка x — точка типа центр-центр, центр-седло или фокус-фокус, то топологическая структура слоения Лиувилля в окрестности $U(L)$ достаточно проста и для каждого из этих случаев описана соответственно в [4],[5],[6]. Таким образом, единственным сложным случаем в задаче классификации слоений Лиувилля (с точностью до послойной эквивалентности) в окрестности особого слоя является особенность типа седло-седло. В работе [6] для этого случая построен полный топологический инвариант (названный Cl-типом) и доказана теорема реализации.

2 Основные положения

Согласно результатам работы [1] задача перечисления послойно неэквивалентных окрестностей слоёв, содержащих N точек типа седло-седло, сводится к перечилению неэквивалентных (в каком смысле, будет определено ниже) графов следующего вида.

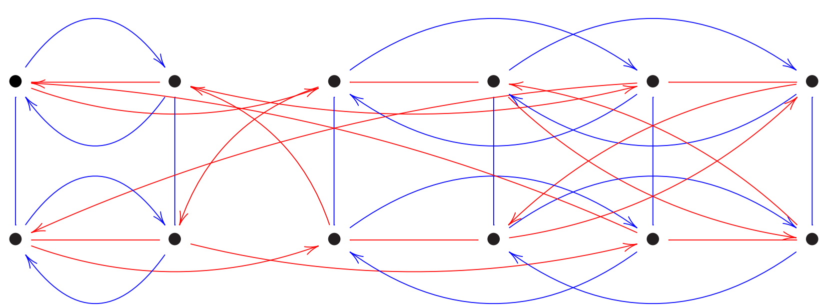
Рассмотрим двухцветный (синий, красный) смешанный граф порядка $4N$. Каждая вершина графа имеет степень 6, она соединена двумя неориентированными рёбрами: синего и красного цвета, в неё входят два ориентированных ребра: красного и синего цветов, и из неё выходят два ориентированных ребра: красного и синего цветов. Причём выполняются следующие соотношения:

1. Если двигаться сначала по неориентированному ребру красного (синего) цвета, а затем по неориентированному ребру синего (красного) цвета, то придём в ту же вершину, что и если бы мы пошли сначала по синему(красному) неориентированному ребру а затем по красному (синему) неориентированному.

2. Если двигаться сначала по неориентированному ребру красного (синего) цвета, а затем по ориентированному ребру синего (красного) цвета, то результат будет тем же, если бы мы пошли сначала по ориентированному ребру синего (красного) цвета, а затем по неориентированному ребру красного (синего) цвета.

3. Если двигаться сначала по ориентированному ребру синего (красного) цвета, а затем по ориентированному ребру красного (синего) цвета, то придём в ту же вершину, что и если бы мы пошли сначала по ориентированному ребру красного (синего) цвета, а затем по ориентированному ребру синего (красного) цвета.

Будем называть такие графы $2f$-*графами сложности* N. Приведём ниже один из способов изображения $2f$-графа сложности 3.



Описанный в работе алгоритм годится для перечисления $2f$-графов для любого N, но для удобства ограничимся случаем сложности $N = 3$.

Занумеруем вершины графа следующим образом:

•1 •3 •5 •7 •9 •11

•2 •4 •6 •8 •10 •12

Тогда каждому $2f$-графу мы можем поставить в соответствие четвёрку перестановок $\tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2 \in S_{12}$, где τ_1 соответствует синим неориентированным рёбрам, τ_2 — красным неориентированным, φ_1 соответствует синим ориентированным рёбрам, а φ_2 — красным ориентированным. Для $2f$-графа, изображённого выше, четвёрка перестановок будет следующей:

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 & 8 & 7 & 10 & 9 & 12 & 11 \end{pmatrix} \\
\tau_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 & 11 & 12 & 9 & 10 \end{pmatrix} \\
\varphi_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 9 & 10 & 11 & 12 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \\
\varphi_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 5 & 6 & 9 & 10 & 4 & 3 & 12 & 11 & 2 & 1 & 8 & 7 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Зафиксуем далее перестановки

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 & 8 & 7 & 10 & 9 & 12 & 11 \end{pmatrix} \\
\tau_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 & 11 & 12 & 9 & 10 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Тогда каждая пара перестановок (φ_1, φ_2), таких что

$$\begin{aligned}
\tau_1\varphi_2 &= \varphi_2\tau_1 && (1) \\
\tau_2\varphi_1 &= \varphi_1\tau_2 && (2) \\
\varphi_1\varphi_2 &= \varphi_2\varphi_1 && (3)
\end{aligned}$$

задаёт некоторый $2f$-граф.

Определение 5. Назовём два $2f$-графа *эквивалентными*, если соответствующие им пары перестановок (φ_1, φ_2) они переводятся друг в друга некоторыми из следующих операций:

1. *Операции* $\mathscr{C}_g$. Мы произвольно ввели нумерацию вершин $2f$-графа. Однако её можно было ввести по-разному. Так как мы зафиксировали перестановки τ_1 и τ_2, то в качестве перенумераций нам подходят только те перестановки $g \in S_{12}$ которые коммутируют с τ_1 и τ_2. На языке перестановок перенумерации соответствует сопряжение. Таким образом, под действием операции $\mathscr{C}_g$ пара перестановок (φ_1, φ_2) перейдёт в пару перестановок $(g\varphi_1 g^{-1}, g\varphi_2 g^{-1})$.

2. *Операция* $\mathscr{B}$. $2f$-граф не изменится, если мы синие рёбра перекрасим в красные, а красные — в синие. На языке перестановок это будет означать, что пара (φ_1, φ_2) перейдёт в пару $(b\varphi_2 b^{-1}, b\varphi_1 b^{-1})$, где

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 5 & 12 & 10 & 11 & 9 \end{pmatrix}$$

3. *Операции* $\mathscr{D}_1, \mathscr{D}_2, \mathscr{D}_3$. Если в $2f$-графе заменить направление ориентированных рёбер, то получим также эквивалентный $2f$-граф. Пусть операция $\mathscr{D}_1$ будет соответствовать замене направлений у синих рёбер, операция $\mathscr{D}_2$ — у красных, а операция $\mathscr{D}_3$ — у синих и красных одновременно. Заметим также, что операция $\mathscr{D}_3$ равносильна композиции операции $\mathscr{D}_1$ и операции $\mathscr{D}_2$. При операциях $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$ и $\mathscr{D}_3$ пара (φ_1, φ_2) переходит соответственно в пары $(\varphi_1^{-1}, \varphi_2), (\varphi_1, \varphi_2^{-1})$ и $(\varphi_1^{-1}, \varphi_2^{-1})$.

4. *Операции* $\mathscr{A}_1, \mathscr{A}_2, \mathscr{A}_3$ переводят пару перестановок (φ_1, φ_2) соответственно в пары перестановок $(\tau_1\varphi_1^{-1}, \varphi_2), (\varphi_1, \tau_2\varphi_2^{-1}), (\tau_1\varphi_1^{-1}, \tau_2\varphi_2^{-1})$. Эти операции соответствуют разному выбору сепаратрис при построении $2f$-графа из особенности. Заметим также, что операция $\mathscr{A}_3$ равносильна композиции операций $\mathscr{A}_1$ и $\mathscr{A}_2$.

Из результатов, полученных в работе [1] следует, что задача перечисления неэвивалентных особенностей типа седло-седло сводится к перечислению неэквивалентных $2f$-графов. На языке перестановок этот результат можно сформулировать следующим образом:

Теорема 1. *Задача перечисления неэквивалентных особенностей типа седло-седло равносильна задаче перечисления классов эквивалентности четвёрок* $(\tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2)$ *относительно операций* $\mathscr{C}_g, \mathscr{B}, \mathscr{A}_1, \mathscr{A}_2, \mathscr{A}_3, \mathscr{D}_1, \mathscr{D}_2, \mathscr{D}_3$ *и их композиций, где*

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 & 8 & 7 & 10 & 9 & 12 & 11 \end{pmatrix} \\ \tau_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 & 11 & 12 & 9 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

а пара (φ_1, φ_2) *удовлетворяет соотношениям (1)–(3):*

Попробуем понять как устроены композиции операций $\mathscr{C}_g, \mathscr{B}, \mathscr{A}_1, \mathscr{A}_2, \mathscr{A}_3, \mathscr{D}_1, \mathscr{D}_2, \mathscr{D}_3$.

Лемма 1.

$$\begin{aligned} \mathscr{B} \circ \mathscr{B} &= id && (4) \\ \mathscr{D}_1 \circ \mathscr{D}_1 &= id && (5) \\ \mathscr{D}_2 \circ \mathscr{D}_2 &= id && (6) \\ \mathscr{D}_3 \circ \mathscr{D}_3 &= id && (7) \\ \mathscr{B} \circ \mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} &= \mathscr{C}_{bgb} && (8) \\ \mathscr{C}_{g_1} \circ \mathscr{C}_{g_2} &= \mathscr{C}_{g_1 g_2} && (9) \\ \mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_i &= \mathscr{A}_i \circ \mathscr{C}_g, \quad i = 1, 2, 3 && (10) \\ \mathscr{C}_g \circ \mathscr{D}_i &= \mathscr{D}_i \circ \mathscr{C}_g, \quad i = 1, 2, 3 && (11) \end{aligned}$$

$$\mathscr{D}_1 \circ \mathscr{B} = \mathscr{B} \circ \mathscr{D}_2 \tag{12}$$
$$\mathscr{D}_2 \circ \mathscr{B} = \mathscr{B} \circ \mathscr{D}_1 \tag{13}$$
$$\mathscr{A}_1 \circ \mathscr{B} = \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_2 \tag{14}$$
$$\mathscr{A}_2 \circ \mathscr{B} = \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_1 \tag{15}$$
$$\mathscr{A}_1 \circ \mathscr{A}_1 = \mathscr{C}_{\tau_1} \tag{16}$$
$$\mathscr{A}_2 \circ \mathscr{A}_2 = \mathscr{C}_{\tau_2} \tag{17}$$
$$\mathscr{A}_3 \circ \mathscr{A}_3 = \mathscr{C}_{\tau_1\tau_2} \tag{18}$$
$$\mathscr{D}_i \circ \mathscr{A}_i = \mathscr{C}_{\tau_i} \circ \mathscr{A}_i \circ \mathscr{D}_i, \quad i = 1,2 \tag{19}$$
$$\mathscr{D}_1 \circ \mathscr{A}_2 = \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_1 \tag{20}$$
$$\mathscr{D}_2 \circ \mathscr{A}_1 = \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_2 \tag{21}$$

Доказательство. $\mathscr{B} : (\varphi_1, \varphi_2) \mapsto (b\varphi_2 b^{-1}, b\varphi_1 b^{-1})$, где

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 5 & 12 & 10 & 11 & 9 \end{pmatrix}$$

Следовательно $\mathscr{B} \circ \mathscr{B} : (\varphi_1, \varphi_2) \mapsto (bb\varphi_1 b^{-1}b^{-1}, bb\varphi_2 b^{-1}b^{-1})$, но $b^2 = id$, и $b^{-1}b^{-1} = ((bb)^2)^{-1} = id$. Далее, $\mathscr{D}_1 : (\varphi_1, \varphi_2) \mapsto (\varphi_1^{-1}, \varphi_2)$. Следовательно $\mathscr{D}_1 \circ \mathscr{D}_1 : (\varphi_1, \varphi_2) \mapsto (\varphi_1^{-1})^{-1}, \varphi_2) = (\varphi_1, \varphi_2)$. Проверим (19): $\mathscr{D}_1 \circ \mathscr{A}_1 : (\varphi_1, \varphi_2) \mapsto ((\varphi_1\tau_1, \varphi_2)$. С другой стороны: $\mathscr{C}_{\tau_1} \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_1 : (\varphi_1, \varphi_2) \mapsto (\tau_1\tau_1\varphi_1\tau_1^{-1}, \tau_1\varphi_2\tau_1^{-1}) = (\varphi_1\tau_1, \varphi_2)$, т.к. $\tau_1\varphi_2 = \varphi_2\tau_1, \tau_1 = \tau_1^{-1}, \tau_1^2 = id$. Аналогично проверяются все остальные соотношения. □

Учитывая лемму 1 можно сформулировать следствие из теоремы 1

Следствие 1. *Задача перечисления неэквивалентных особенностей типа седло-седло равносильна задаче перечисления классов эквивалентности четвёрок $(\tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2)$ относительно операций*

$$\mathscr{C}_g \tag{22}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{D}_1 \tag{23}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{D}_2 \tag{24}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{D}_3 \tag{25}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_1 \tag{26}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_2 \tag{27}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_3 \tag{28}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \tag{29}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_1 \tag{30}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_2 \tag{31}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_3 \tag{32}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{D}_1 \tag{33}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{D}_2 \tag{34}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{D}_3 \tag{35}$$

$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_1 \tag{36}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_2 \tag{37}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_3 \tag{38}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_1 \tag{39}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_2 \tag{40}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_3 \tag{41}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_3 \circ \mathscr{D}_1 \tag{42}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_3 \circ \mathscr{D}_2 \tag{43}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_3 \circ \mathscr{D}_3 \tag{44}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_1 \tag{45}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_2 \tag{46}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_1 \circ \mathscr{D}_3 \tag{47}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_1 \tag{48}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_2 \tag{49}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_2 \circ \mathscr{D}_3 \tag{50}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_3 \circ \mathscr{D}_1 \tag{51}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_3 \circ \mathscr{D}_2 \tag{52}$$
$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_3 \circ \mathscr{D}_3 \tag{53}$$

Доказательство. Рассмотрим произвольную композицию операций $\mathscr{B}, \mathscr{C}_g, \mathscr{A}_1, \mathscr{A}_2, \mathscr{A}_3, \mathscr{D}_1, \mathscr{D}_2, \mathscr{D}_3$, в которой они могут располагаться произвольным образом: повторяться и т.п. Преобразуем её в соответствие с соотношениями из леммы 1.

1. Если в данной композиции присутствуют подряд стоящие одноимённые операции, то, использую соотношения (4),(5),(6),(7),(9),(16),(17),(18), их можно свести либо к тождественной операции, либо к операции $\mathscr{C}_g$.

2. В силу соотношений (10),(11),(12),(13),(14),(15),(19),(20),(21) последовательность операций $\mathscr{A}, \mathscr{D}$ сведём либо к $\mathscr{A}_i \circ \mathscr{D}_j$, либо к $\mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_i \circ \mathscr{D}_j$.

3. Ну и наконец, использую соотношение (8) придём к одной из следующих композиций:

$$\mathscr{C}_g \circ \mathscr{B} \circ \mathscr{A}_i \circ \mathscr{D}_j$$
$$\mathscr{B} \circ \mathscr{C}_g \circ \mathscr{A}_i \circ \mathscr{D}_j$$

   Причём какие-то операции, входящие в эти композиции могут отсутствовать, а индексы i, j изменяться в пределах от 1 до 3.

$\square$

3 Алгоритм

Напомним, что

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 & 8 & 7 & 10 & 9 & 12 & 11 \end{pmatrix} \\
\tau_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 & 11 & 12 & 9 & 10 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

1. Вычислим $\Phi_1 = \{\varphi \in S_{12} : \tau_2\varphi = \varphi\tau_2\}, \Phi_2 = \{\varphi \in S_{12} : \tau_1\varphi = \varphi\tau_1\}$.

2. Вычислим $\Phi = \{(\varphi_1, \varphi_2) : \varphi_1\varphi_2 = \varphi_2\varphi_1, \varphi_1 \in \Phi_1, \varphi_2 \in \Phi_2\}$.

3. Удалим из множества Φ те пары перестановок, которые кодируют несвязные графы. Очевидно, что $2f$-граф связен, если хотя бы из одной вершины каждого «квадрата» идёт ориентированное ребро хотя бы одного цвета в какой-нибудь другой «квадрат».

4. Оставим в множестве Φ только по одному представителю классов эквивалентности относительно применения операций (22)–(53).

4 Результаты

4.1 Основная теорема

На основе результатов работы программы, использующей вышеописанный алгоритм, можно сформулировать теорему

Теорема 2. *Число топологически различных особенностей типа седло-седло для интегрируемой гамильтоновой системы с двумя степенями свободы в случае одной, двух и трёх особых точек соответственно равно* $4, 39$, *и* 147.

Результаты для одной и двух особых точек совпали с результатами, полученными в работах [2],[1]. Ниже перечислены пары перестановок (φ_1, φ_2) и $2f$-графы, кодирующие топологически различные особенности типа седло-седло для случая трёх особых точек. В списке $2f$-графов сложности 3 для каждого из них указан также l-тип соответствующей особенности типа седло-седло.

4.2 Список пар перестановок (φ_1, φ_2), кодирующих $2f$-граф сложности 3

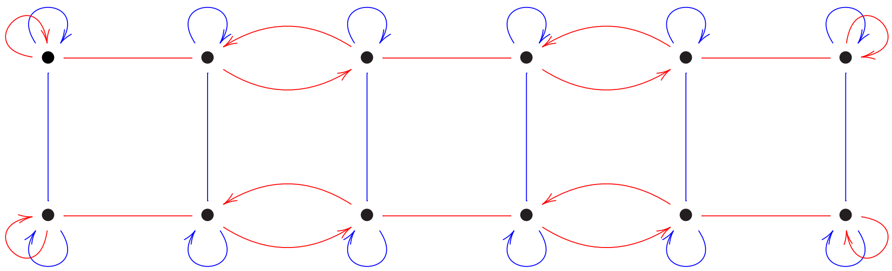
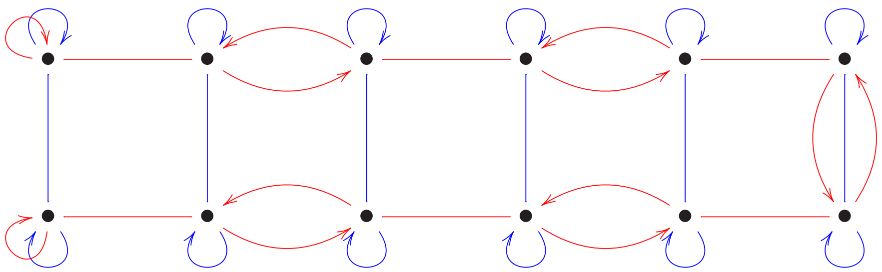
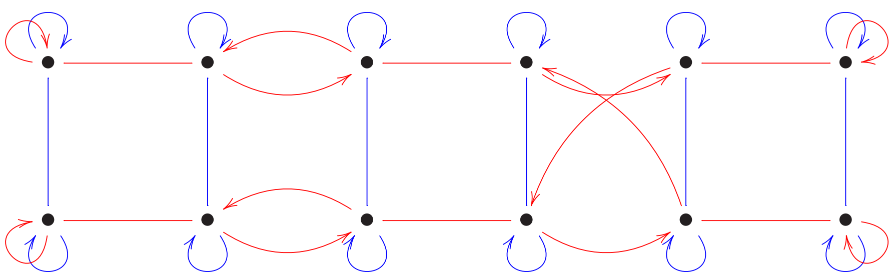
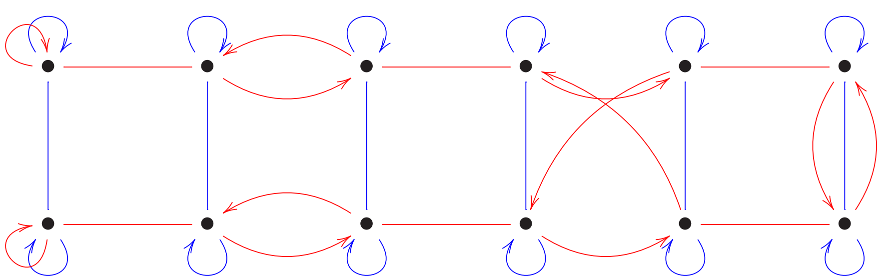
1.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,7,8,11,12)
2.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,7,8,12,11)
3.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,8,7,11,12)
4.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,8,7,12,11)
5.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,11,12,7,8)
6.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,11,12,8,7)
7.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,12,11,7,8)
8.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,3,4,9,10,12,11,8,7)
9.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,7,8,12,11)
10.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,8,7,11,12)
11.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,8,7,12,11)
12.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,11,12,7,8)
13.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,11,12,8,7)
14.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,12,11,7,8)
15.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,4,3,9,10,12,11,8,7)
16.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,7,8,9,10,3,4,11,12)
17.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,7,8,9,10,3,4,12,11)
18.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,7,8,9,10,4,3,11,12)
19.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,7,8,9,10,4,3,12,11)
20.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,8,7,9,10,3,4,11,12)
21.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,8,7,9,10,3,4,12,11)
22.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,8,7,9,10,4,3,11,12)
23.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,8,7,9,10,4,3,12,11)
24.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,8,7,9,10,12,11,3,4)
25.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,8,7,9,10,12,11,4,3)
26.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,3,4,7,8,11,12)
27.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,3,4,7,8,12,11)
28.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,3,4,8,7,11,12)
29.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,3,4,8,7,12,11)
30.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,3,4,12,11,7,8)
31.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,3,4,12,11,8,7)
32.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,4,3,7,8,12,11)
33.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,4,3,8,7,11,12)
34.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,4,3,8,7,12,11)
35.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,4,3,12,11,7,8)
36.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,4,3,12,11,8,7)
37.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,7,8,3,4,11,12)
38.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,7,8,3,4,12,11)
39.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,7,8,4,3,11,12)
40.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,7,8,4,3,12,11)

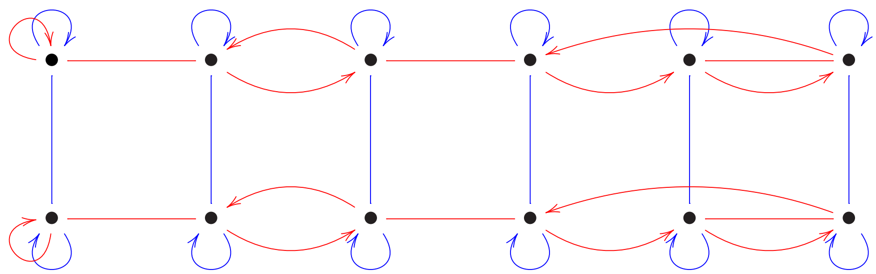
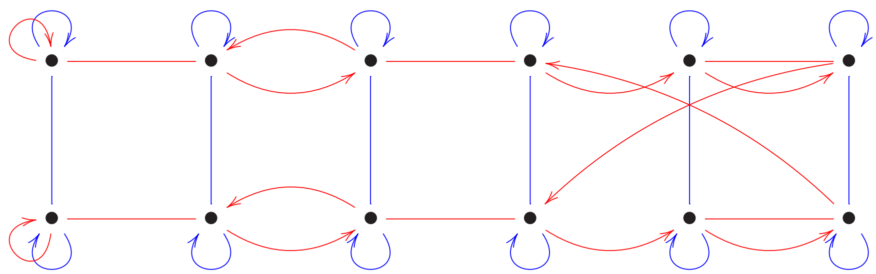
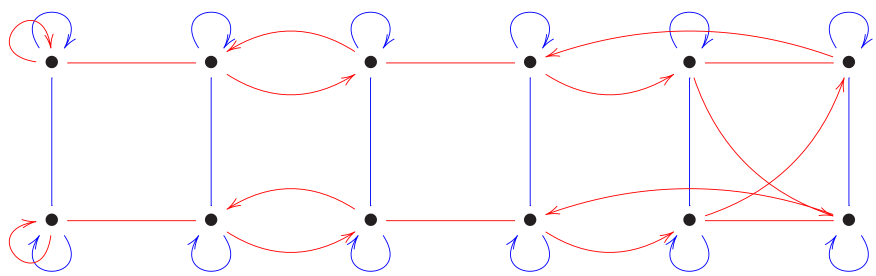
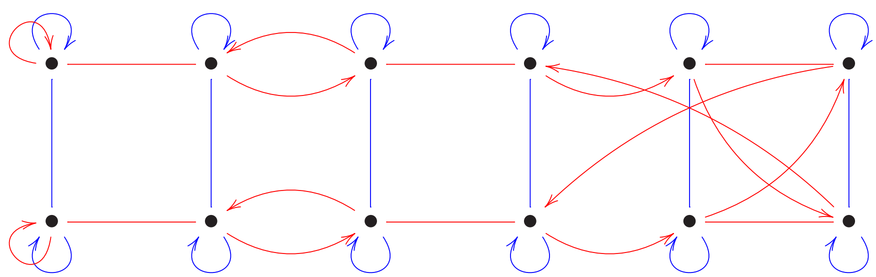
41.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,8,7,3,4,12,11)
42.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,8,7,4,3,12,11)
43.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,3,4,7,8)
44.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,3,4,8,7)
45.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,4,3,7,8)
46.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,4,3,8,7)
47.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,7,8,3,4)
48.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,7,8,4,3)
49.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,8,7,3,4)
50.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,11,12,8,7,4,3)
51.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,12,11,3,4,7,8)
52.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,12,11,3,4,8,7)
53.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,12,11,4,3,7,8)
54.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,12,11,4,3,8,7)
55.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,12,11,7,8,3,4)
56.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(1,2,5,6,9,10,12,11,7,8,4,3)
57.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,3,4,9,10,7,8,12,11)
58.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,3,4,9,10,8,7,12,11)
59.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,3,4,9,10,12,11,7,8)
60.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,3,4,9,10,12,11,8,7)
61.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,4,3,9,10,8,7,12,11)
62.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,4,3,9,10,12,11,7,8)
63.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,4,3,9,10,12,11,8,7)
64.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,8,7,9,10,3,4,12,11)
65.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,8,7,9,10,4,3,12,11)
66.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,3,4,7,8,12,11)
67.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,3,4,8,7,12,11)
68.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,4,3,8,7,12,11)
69.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,8,7,3,4,12,11)
70.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,8,7,4,3,12,11)
71.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,3,4,7,8)
72.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,3,4,8,7)
73.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,4,3,7,8)
74.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,4,3,8,7)
75.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,7,8,3,4)
76.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,7,8,4,3)
77.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,8,7,3,4)
78.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,11,12,8,7,4,3)
79.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,12,11,3,4,7,8)
80.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,12,11,3,4,8,7)

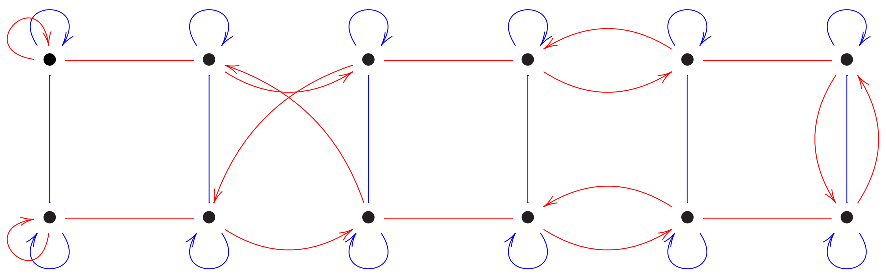
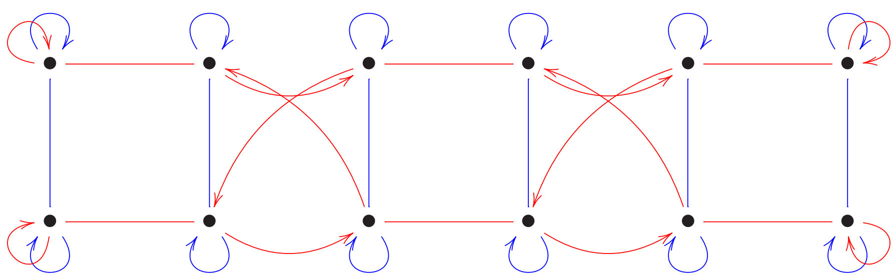
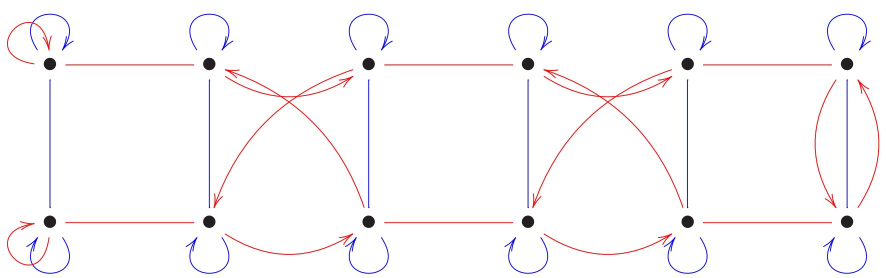
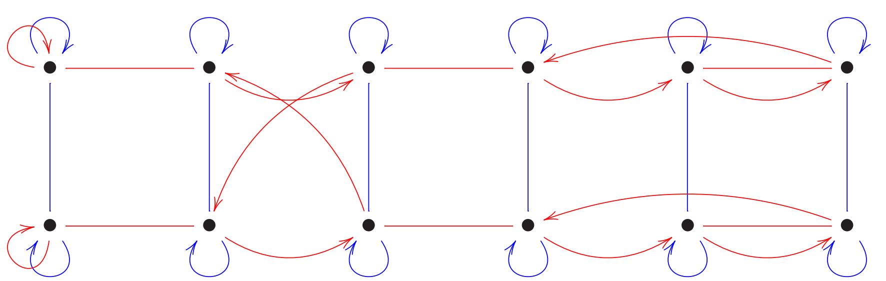
81.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,12,11,4,3,7,8)
82.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,12,11,4,3,8,7)
83.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,12,11,7,8,3,4)
84.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(2,1,5,6,9,10,12,11,7,8,4,3)
85.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)
86.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,4,3)
87.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,7,8,9,10,11,12,2,1,4,3)
88.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,7,8,9,10,12,11,1,2,4,3)
89.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,7,8,9,10,12,11,2,1,3,4)
90.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,8,7,9,10,12,11,1,2,4,3)
91.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,11,12,3,4,7,8)
92.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,11,12,3,4,8,7)
93.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,11,12,4,3,8,7)
94.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,11,12,7,8,3,4)
95.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,11,12,7,8,4,3)
96.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,11,12,8,7,4,3)
97.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,12,11,3,4,8,7)
98.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,12,11,4,3,7,8)
99.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,12,11,7,8,4,3)
100.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,1,2,12,11,8,7,3,4)
101.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,2,1,11,12,4,3,8,7)
102.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,2,1,11,12,7,8,3,4)
103.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,2,1,11,12,7,8,4,3)
104.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,2,1,11,12,8,7,3,4)
105.	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)	(5,6,9,10,2,1,11,12,8,7,4,3)
106.	(1,4,3,2,5,8,7,6,9,12,11,10)	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)
107.	(1,4,3,2,5,9,7,11,6,10,8,12)	(5,6,10,9,1,2,7,8,4,3,11,12)
108.	(1,4,3,2,5,9,7,11,6,10,8,12)	(5,6,10,9,1,2,12,11,4,3,8,7)
109.	(1,4,3,2,5,9,7,11,6,10,8,12)	(5,6,10,9,3,4,7,8,2,1,11,12)
110.	(1,4,3,2,5,9,7,11,6,10,8,12)	(5,6,10,9,3,4,12,11,2,1,8,7)
111.	(1,5,3,7,2,9,4,11,6,10,8,12)	(10,9,12,11,6,5,8,7,2,1,4,3)
112.	(1,5,3,7,4,9,2,11,8,10,6,12)	(10,9,12,11,8,7,6,5,2,1,4,3)
113.	(1,5,3,7,9,2,11,4,6,10,8,12)	(10,9,12,11,6,5,8,7,2,1,4,3)
114.	(1,5,3,7,9,4,11,2,8,10,6,12)	(10,9,12,11,8,7,6,5,2,1,4,3)
115.	(1,5,3,7,9,6,11,8,2,10,4,12)	(1,2,8,7,5,6,11,12,9,10,4,3)
116.	(1,5,3,7,9,6,11,8,2,10,4,12)	(6,5,8,7,9,10,11,12,2,1,4,3)
117.	(1,5,3,7,9,6,11,8,2,10,4,12)	(6,5,12,11,9,10,4,3,2,1,7,8)
118.	(1,5,3,7,9,6,11,8,4,10,2,12)	(6,5,8,7,9,10,11,12,4,3,2,1)
119.	(3,4,1,2,7,8,5,6,11,12,9,10)	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)
120.	(3,4,1,2,7,8,5,6,11,12,9,10)	(5,6,7,8,9,10,11,12,2,1,4,3)

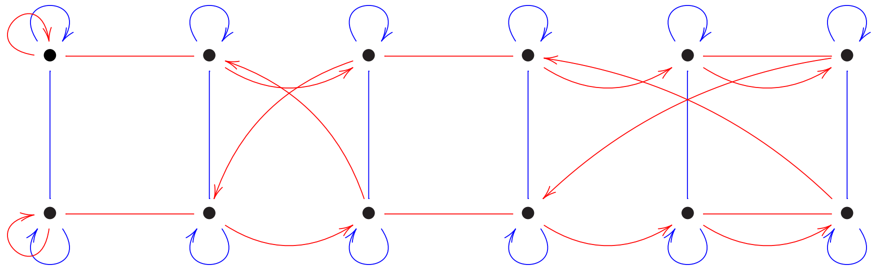
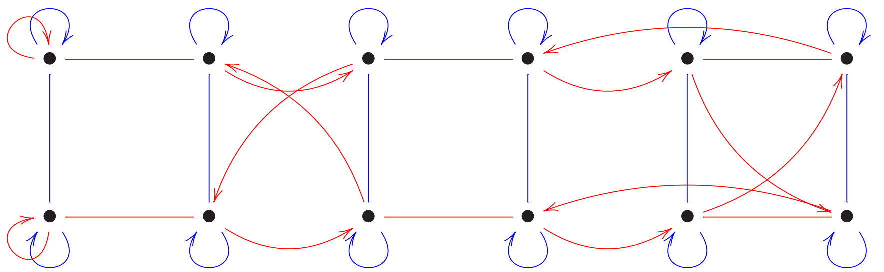
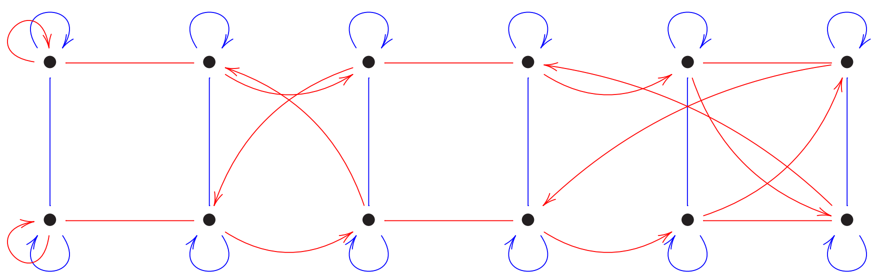
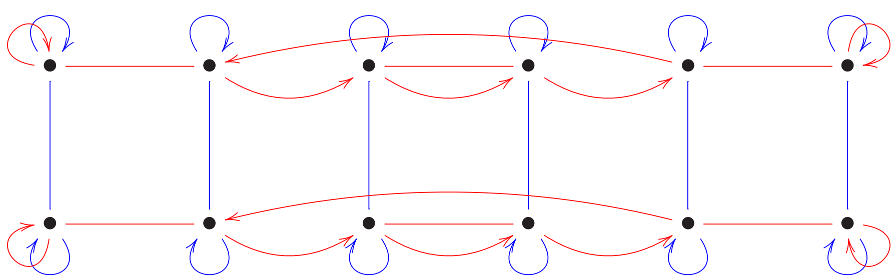
121.	(3,4,1,2,7,8,5,6,12,11,10,9)	(5,6,7,8,9,10,12,11,1,2,4,3)
122.	(3,4,1,2,7,8,5,6,12,11,10,9)	(5,6,7,8,9,10,12,11,2,1,3,4)
123.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,1,2,8,7,3,4,12,11)
124.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,1,2,11,12,3,4,7,8)
125.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,1,2,12,11,3,4,8,7)
126.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,2,1,8,7,4,3,12,11)
127.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,2,1,11,12,4,3,7,8)
128.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,2,1,12,11,4,3,8,7)
129.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,3,4,8,7,1,2,12,11)
130.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,3,4,11,12,1,2,7,8)
131.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,3,4,12,11,1,2,8,7)
132.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,4,3,8,7,2,1,12,11)
133.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,4,3,11,12,2,1,7,8)
134.	(3,4,1,2,9,10,11,12,5,6,7,8)	(5,6,9,10,4,3,12,11,2,1,8,7)
135.	(3,5,1,7,2,9,4,11,6,12,8,10)	(2,1,5,6,3,4,9,10,7,8,12,11)
136.	(3,5,1,7,2,9,4,11,6,12,8,10)	(6,5,9,10,2,1,12,11,3,4,8,7)
137.	(3,5,1,7,9,8,11,6,2,12,4,10)	(6,5,8,7,9,10,11,12,2,1,4,3)
138.	(3,5,1,7,9,8,11,6,4,12,2,10)	(6,5,8,7,9,10,11,12,4,3,2,1)
139.	(3,5,1,7,9,12,11,10,2,8,4,6)	(6,5,12,11,9,10,4,3,2,1,7,8)
140.	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)
141.	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)	(5,6,8,7,9,10,12,11,1,2,4,3)
142.	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)	(5,6,11,12,9,10,3,4,1,2,7,8)
143.	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)	(5,6,12,11,9,10,4,3,1,2,8,7)
144.	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)	(6,5,8,7,10,9,12,11,2,1,4,3)
145.	(5,6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4)	(6,5,12,11,10,9,4,3,2,1,8,7)
146.	(5,6,7,8,9,10,11,12,3,4,1,2)	(6,5,8,7,10,9,12,11,4,3,2,1)
147.	(5,9,7,11,1,10,3,12,2,6,4,8)	(6,5,11,12,10,9,4,3,1,2,8,7)

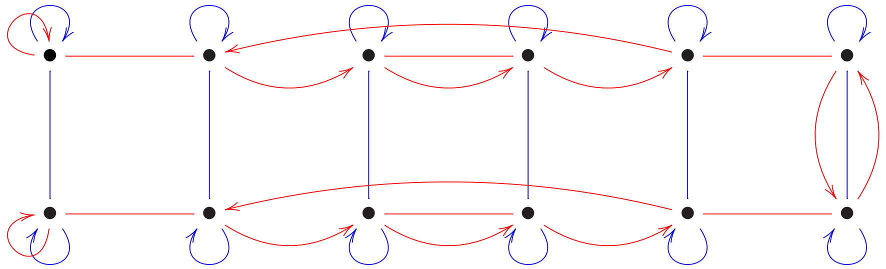
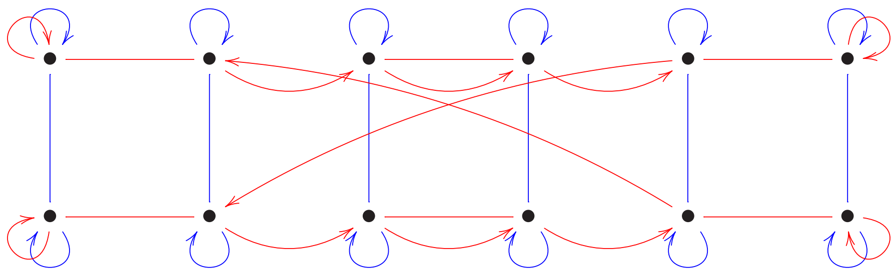
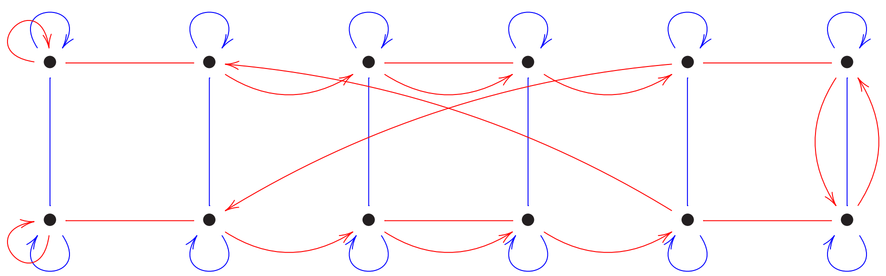
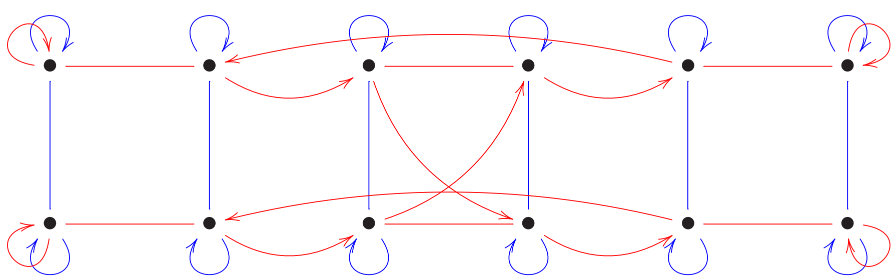
4.3 Список $2f$-графов сложности 3

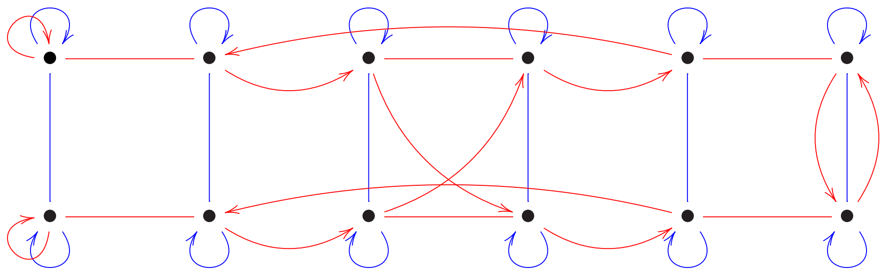
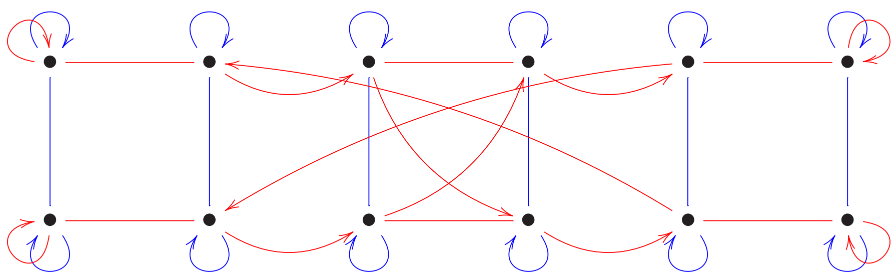
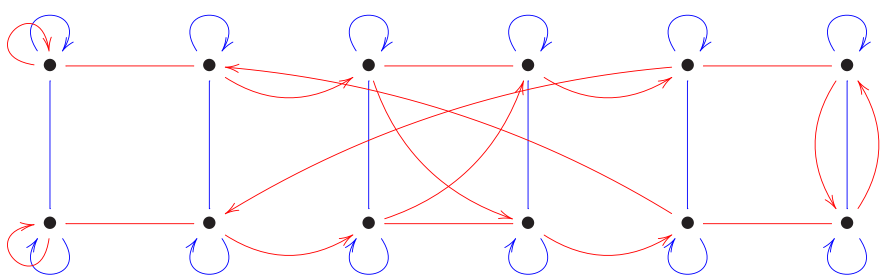
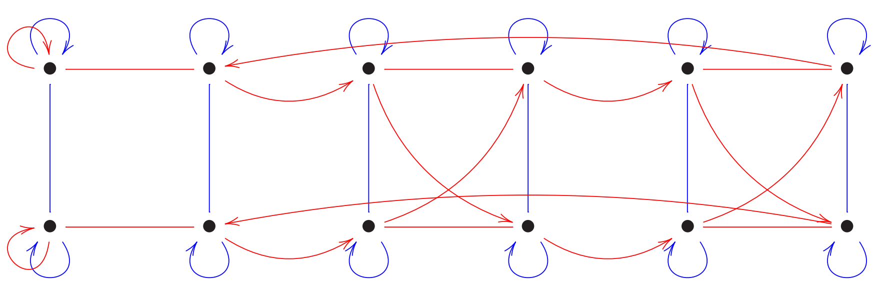
1.		(B, B, B)	G_1
2.		(B, B, B)	G_1
3.		(B, B, B)	G_1
4.		(B, B, B)	G_1

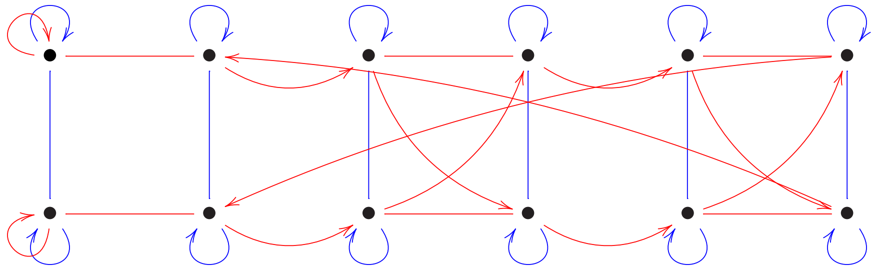
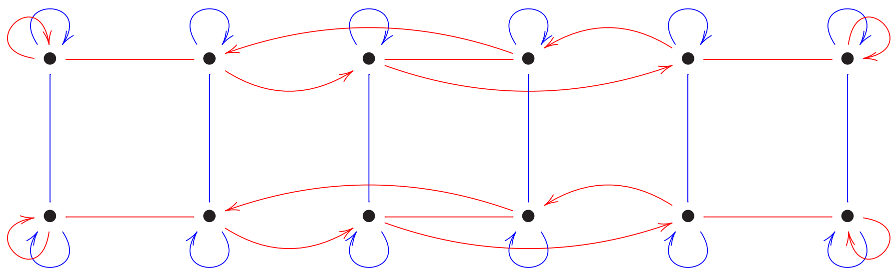
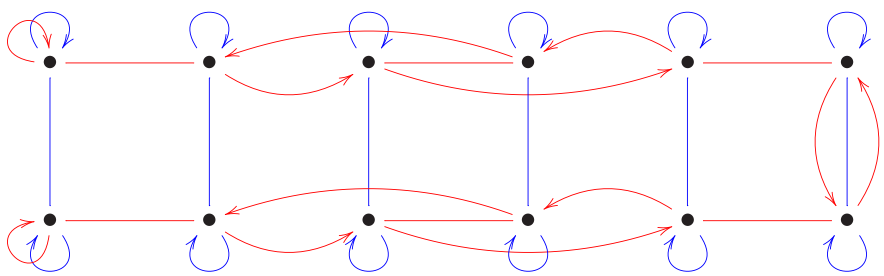
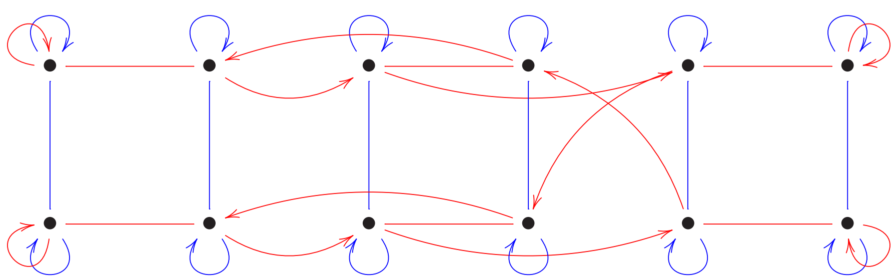
5.		(B, B, B)	G_2
6.		(B, B, B)	G_2
7.		(B, B, B)	G_2
8.		(B, B, B)	G_2

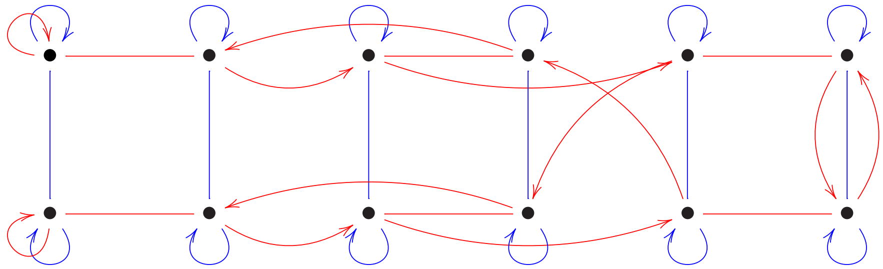
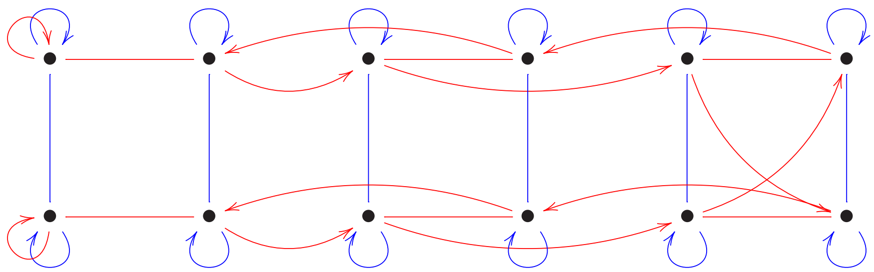
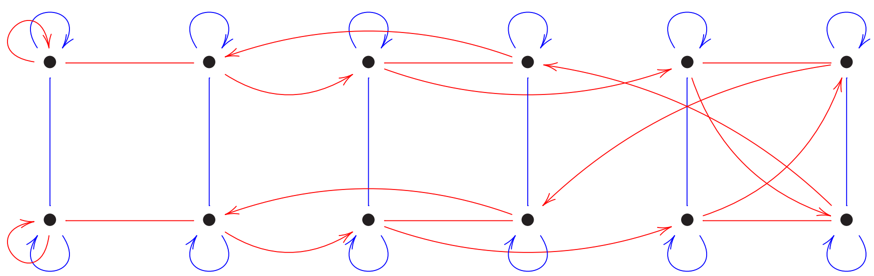
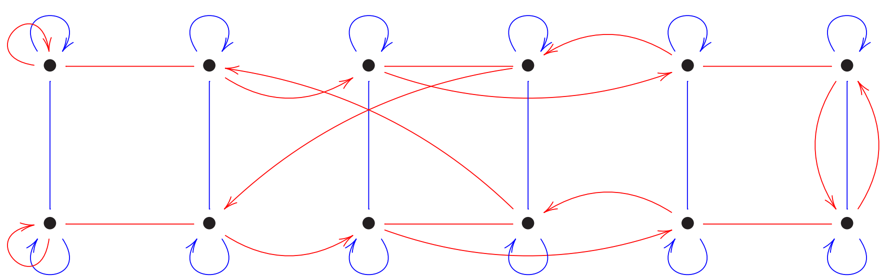
9.		(B, B, B)	G_1
10.		(B, B, B)	G_1
11.		(B, B, B)	G_1
12.		(B, B, B)	G_2

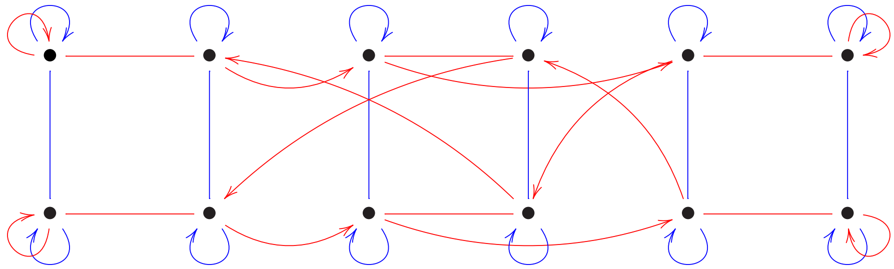
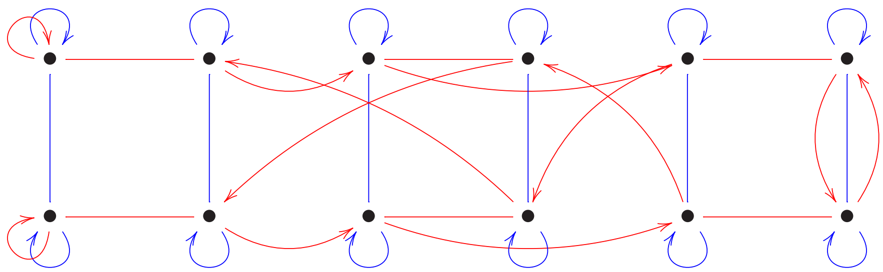
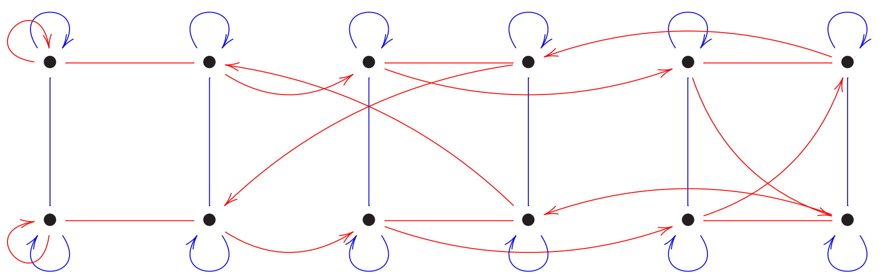
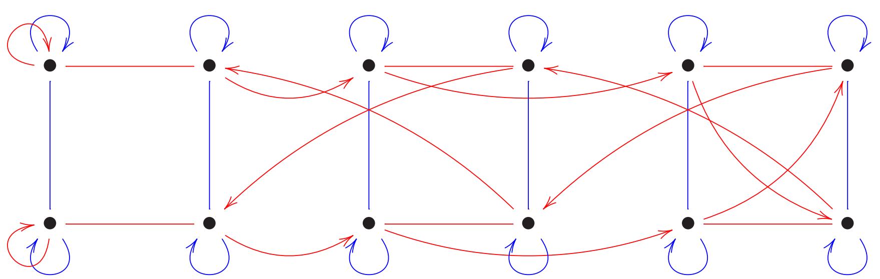
13.		(B, B, B)	G_2
14.		(B, B, B)	G_2
15.		(B, B, B)	G_2
16.		(B, B, B)	H_2

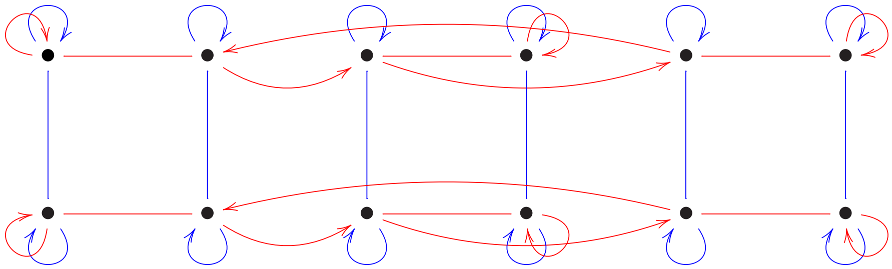
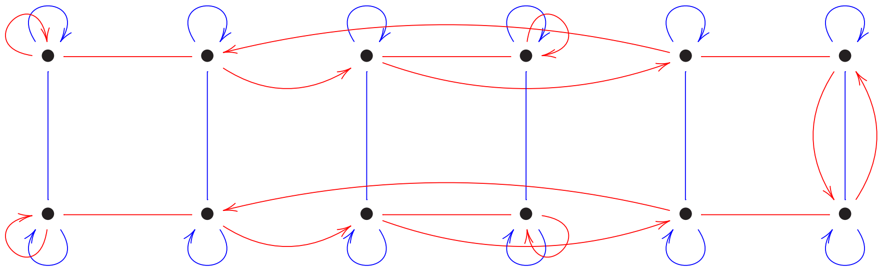
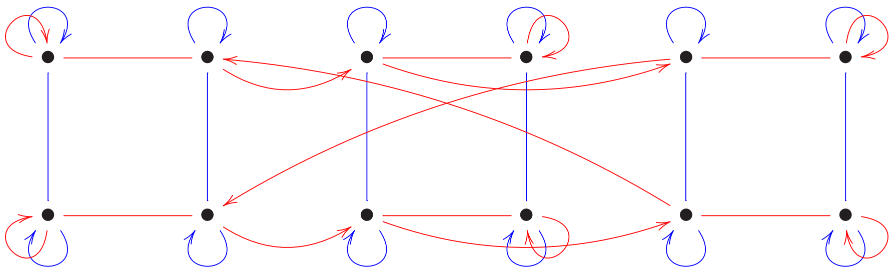
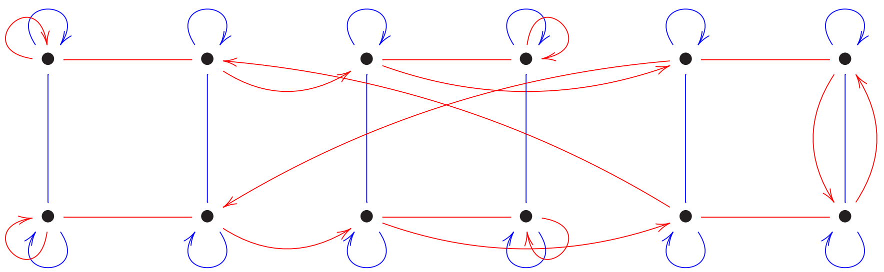
17.		(B, B, B)	H_2
18.		(B, B, B)	H_2
19.		(B, B, B)	H_2
20.		(B, B, B)	H_2

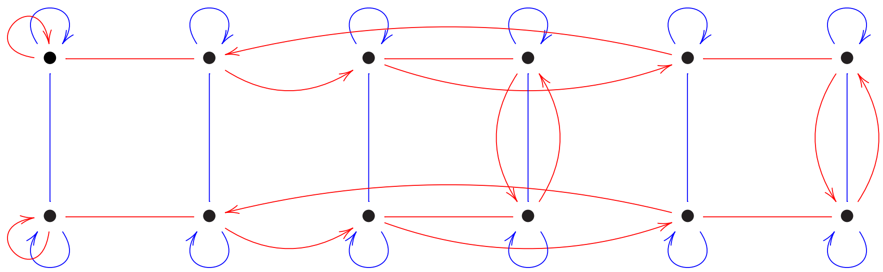
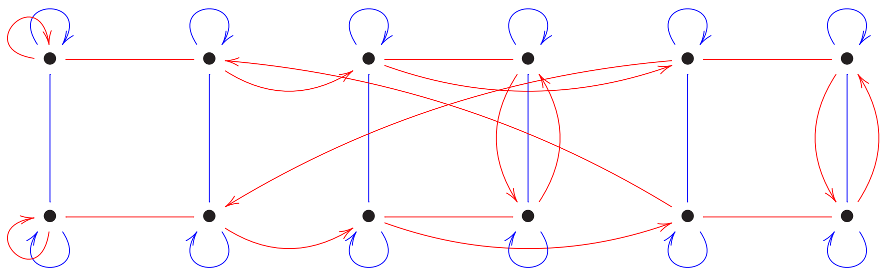
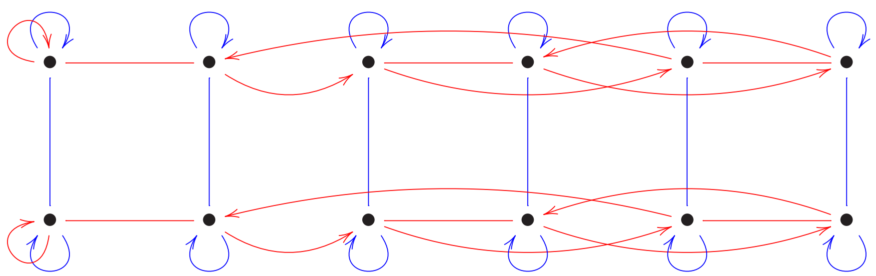
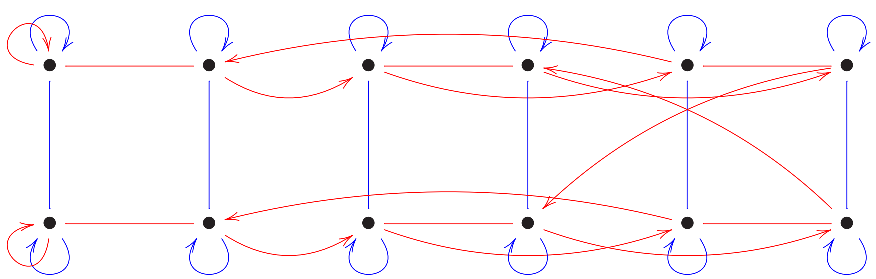
21.		(B, B, B)	H_2
22.		(B, B, B)	H_2
23.		(B, B, B)	H_2
24.		(B, B, B)	H_2'

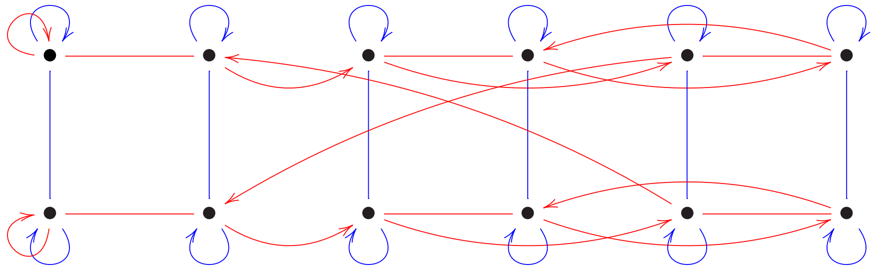
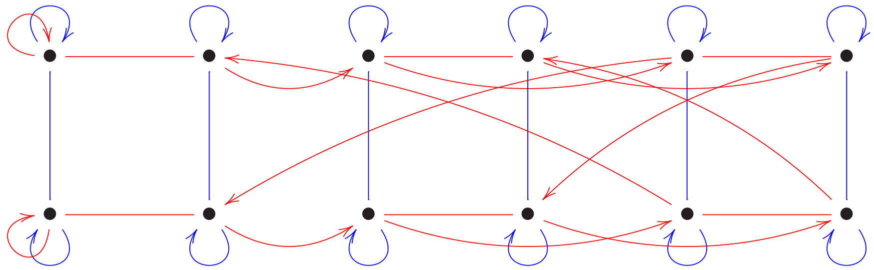
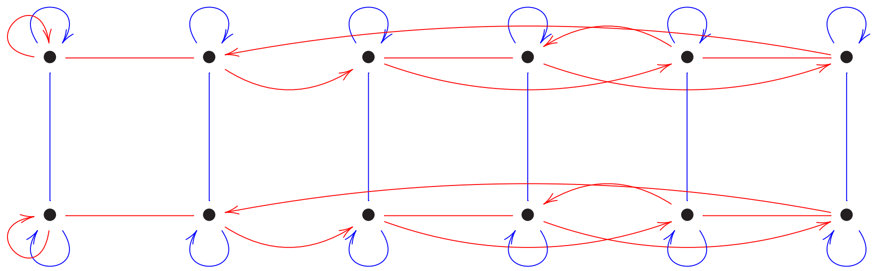
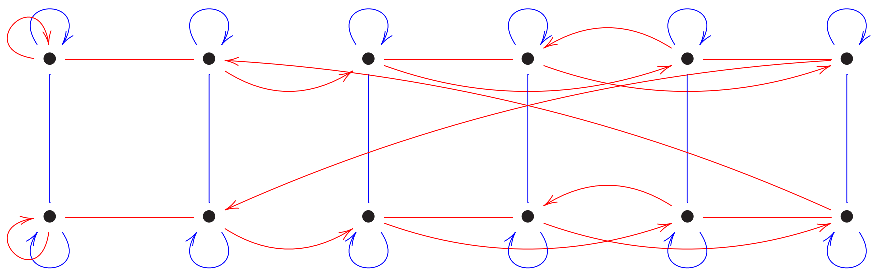
25.		(B,B,B)	H_2'
26.		(B,B,B)	G_3
27.		(B,B,B)	G_3
28.		(B,B,B)	G_3

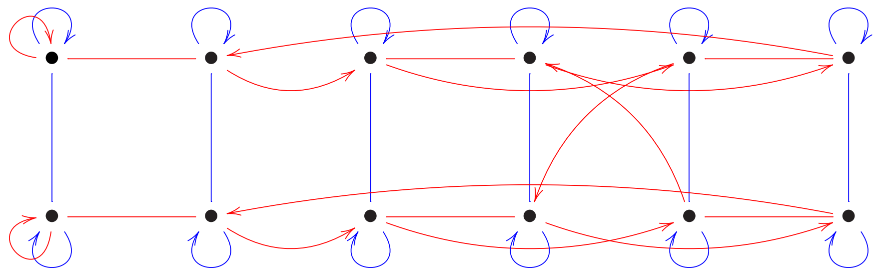
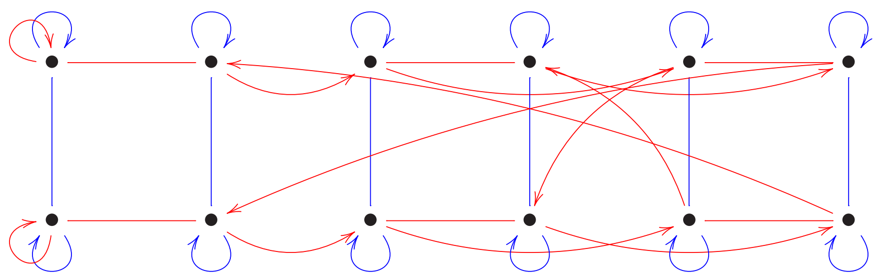
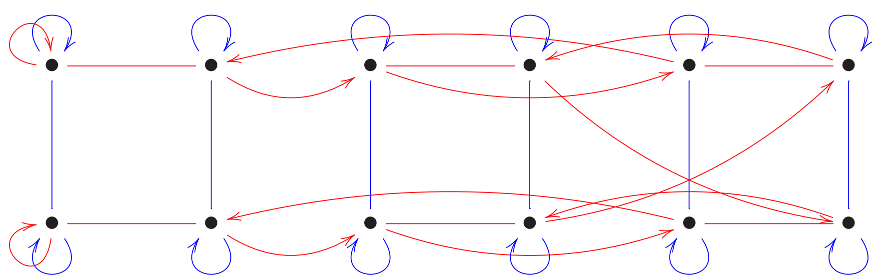
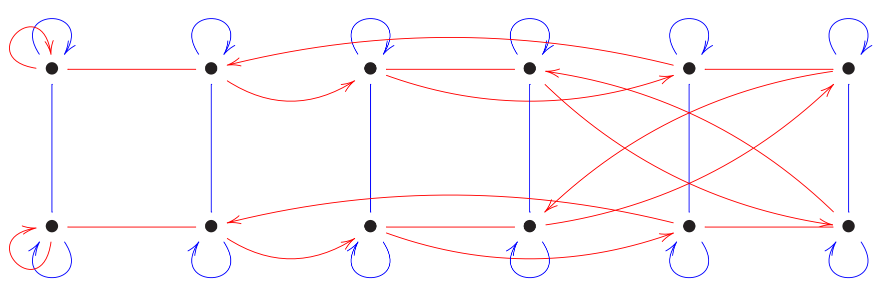
29.		(B, B, B)	G_3
30.		(B, B, B)	G_2'
31.		(B, B, B)	G_2'
32.		(B, B, B)	G_3

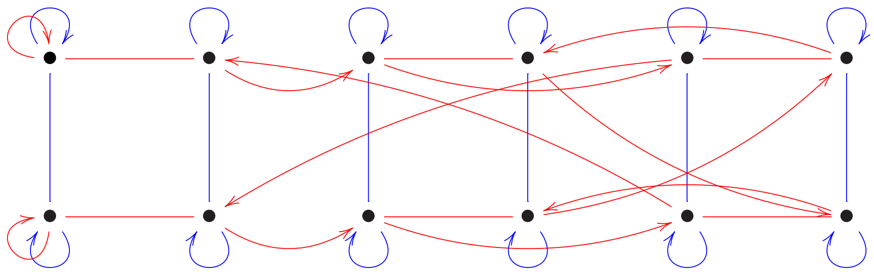
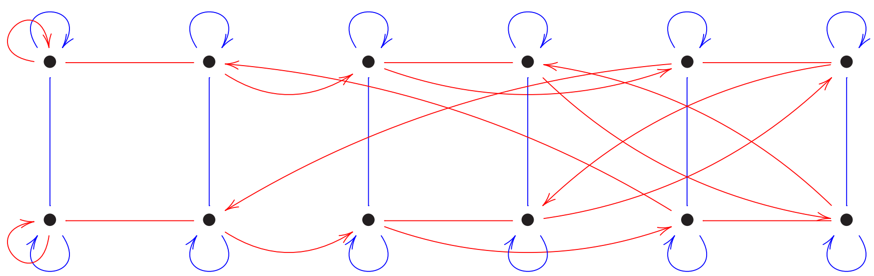
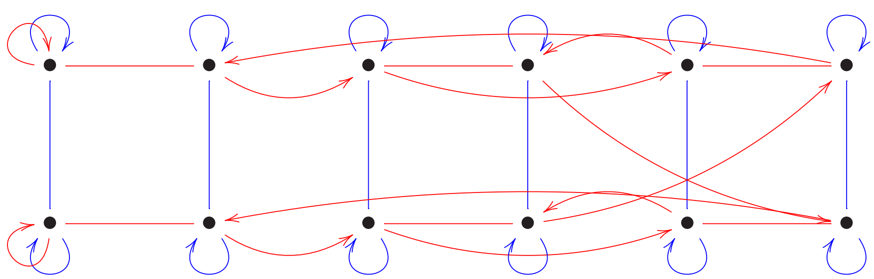
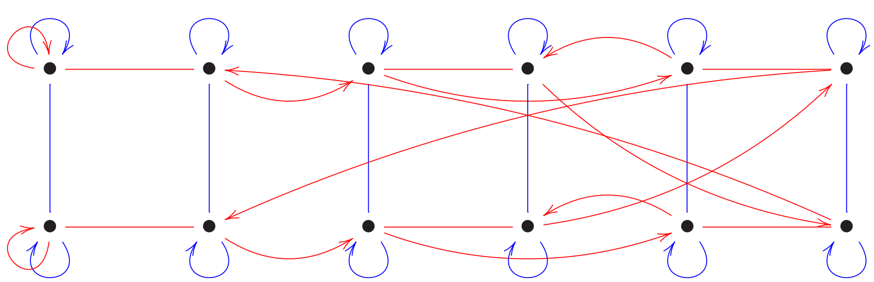
33.		(B, B, B)	G_3
34.		(B, B, B)	G_3
35.		(B, B, B)	G_2'
36.		(B, B, B)	G_2'

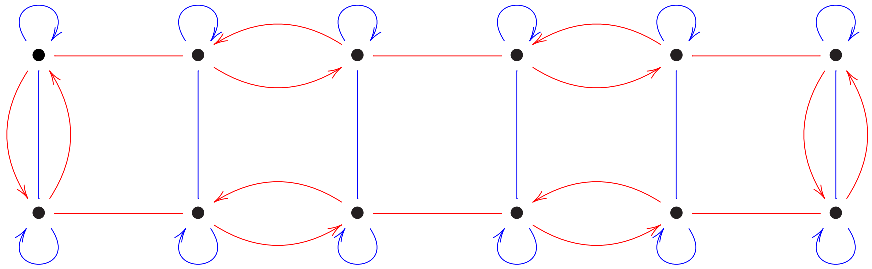
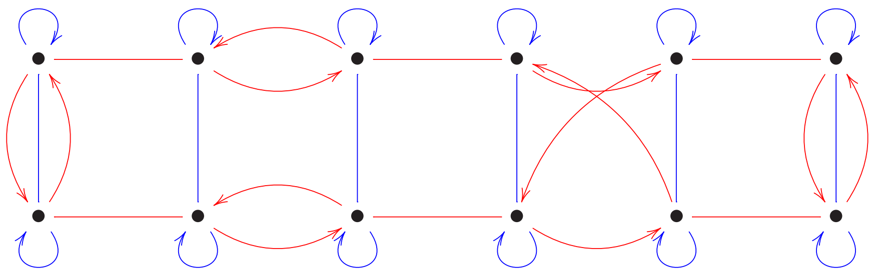
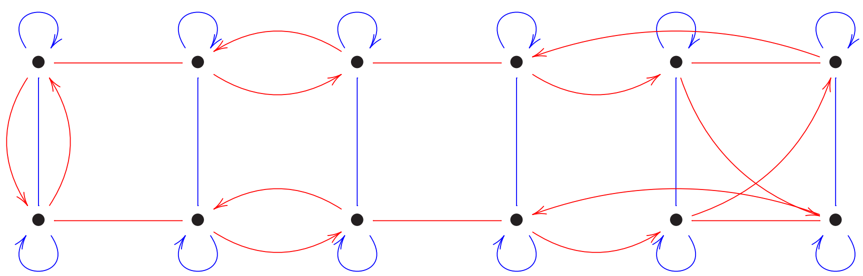
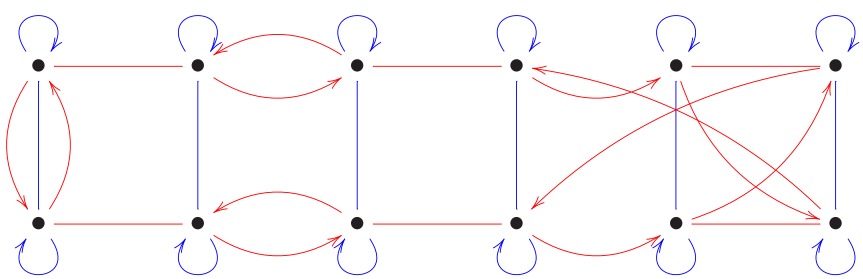
37.		(B, B, B)	H_1
38.		(B, B, B)	H_1
39.		(B, B, B)	H_1
40.		(B, B, B)	H_1

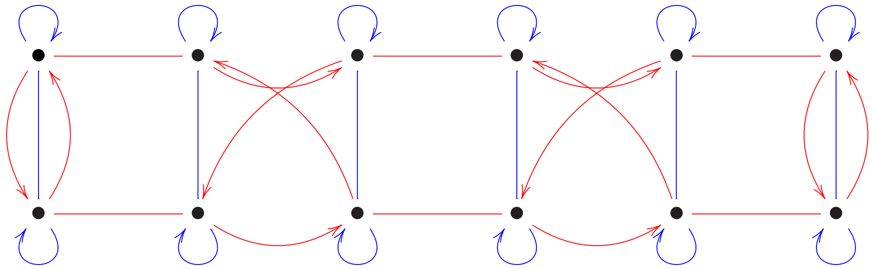
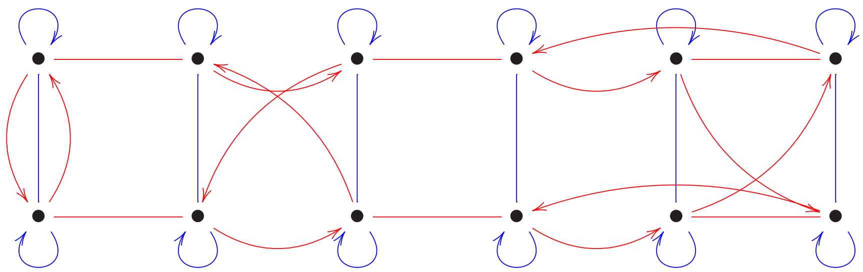
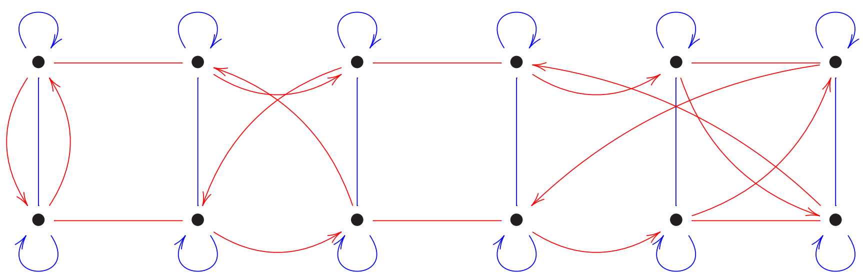
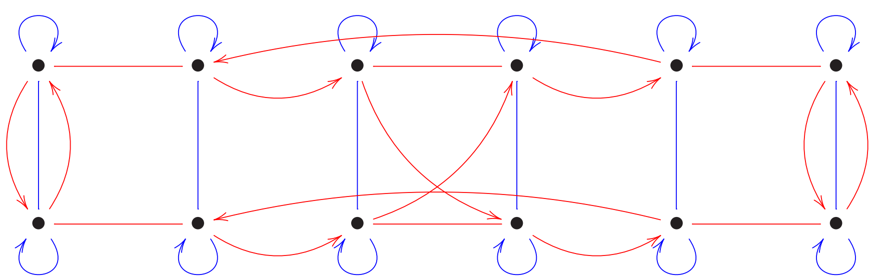
41.		(B, B, B)	H_1
42.		(B, B, B)	H_1
43.		(B, B, B)	F_2
44.		(B, B, B)	F_2

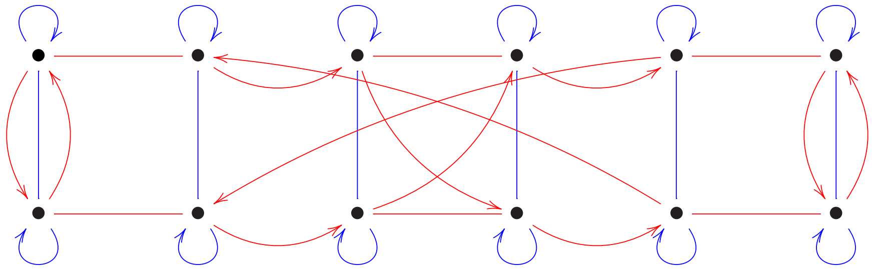
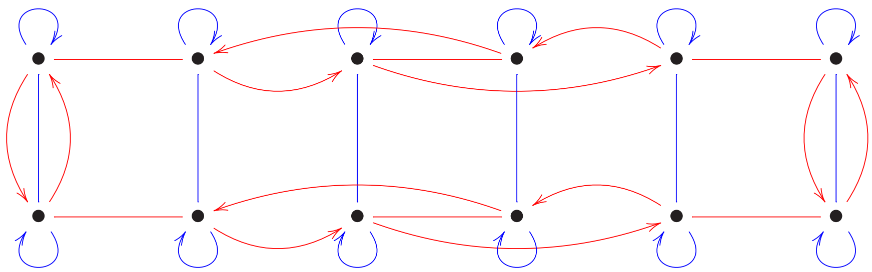
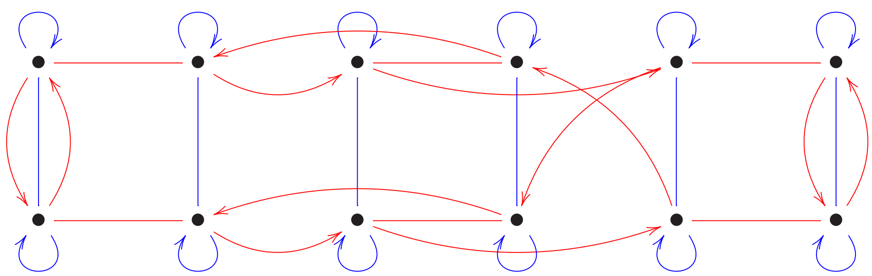
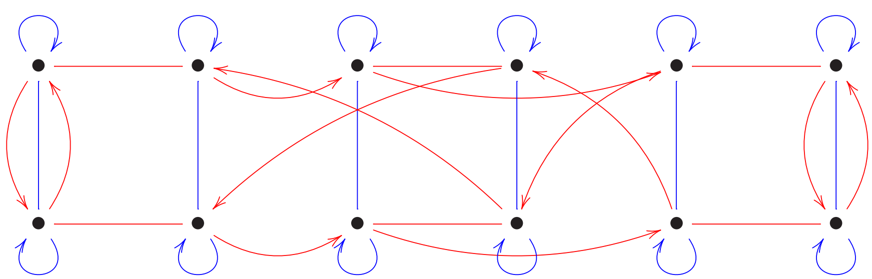
45.		(B, B, B)	F_2
46.		(B, B, B)	F_2
47.		(B, B, B)	F_1
48.		(B, B, B)	F_1

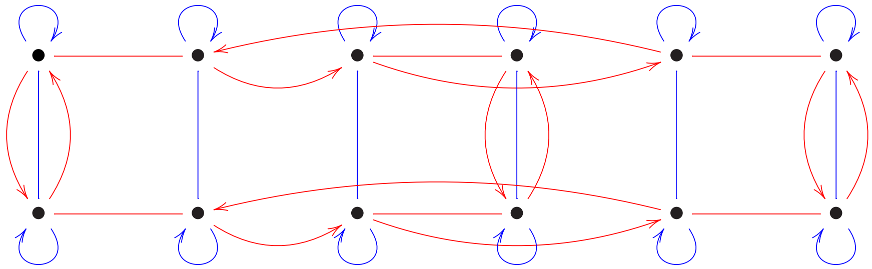
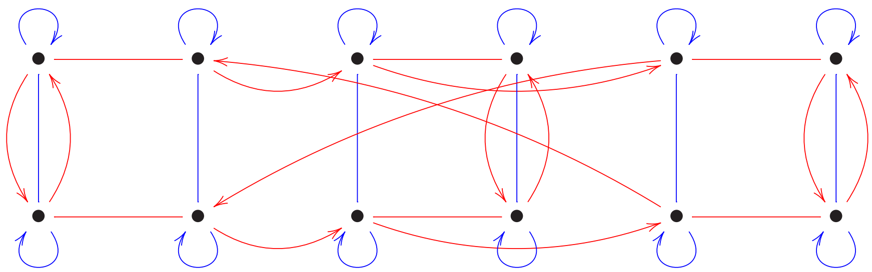
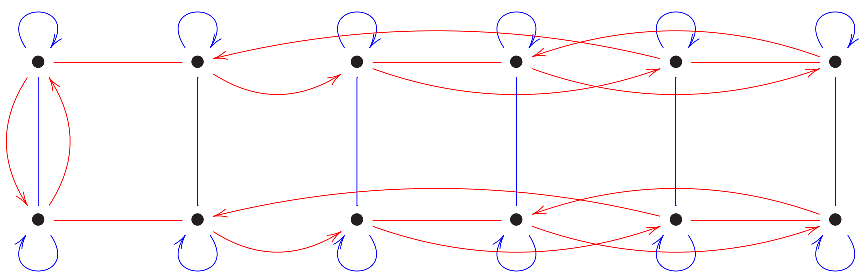
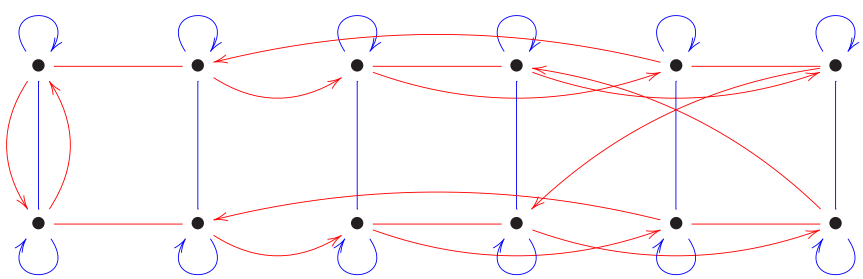
49.		(B, B, B)	F_1
50.		(B, B, B)	F_1
51.		(B, B, B)	F_2
52.		(B, B, B)	F_2

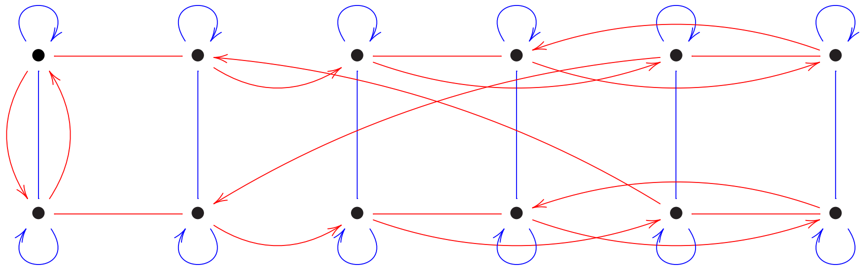
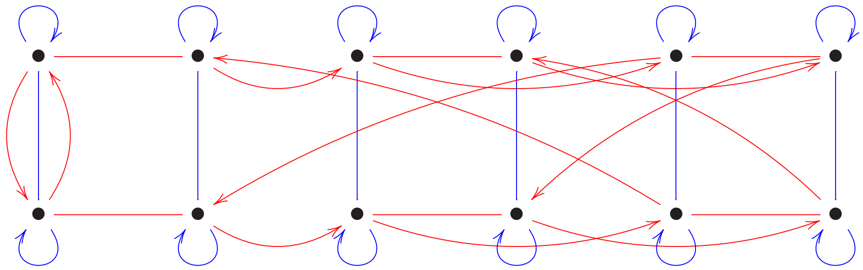
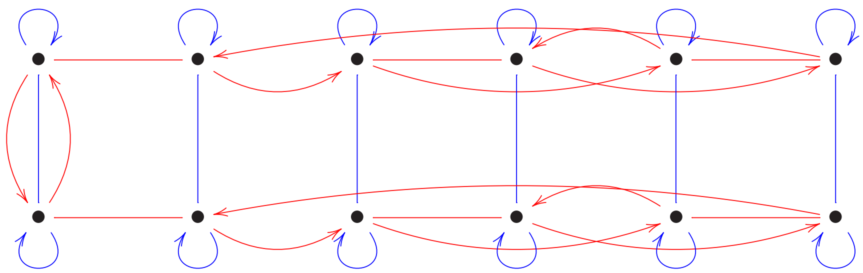
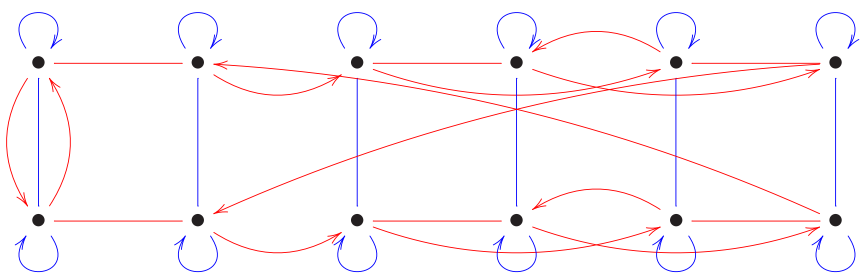
53.		(B, B, B)	F_2
54.		(B, B, B)	F_2
55.		(B, B, B)	F_1
56.		(B, B, B)	F_1

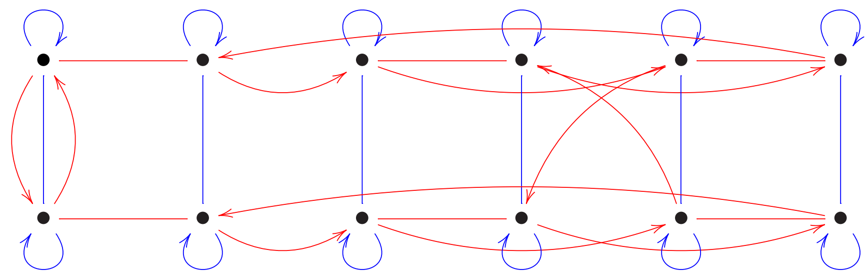
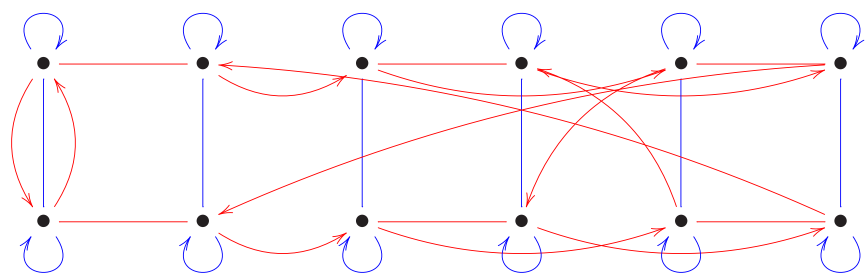
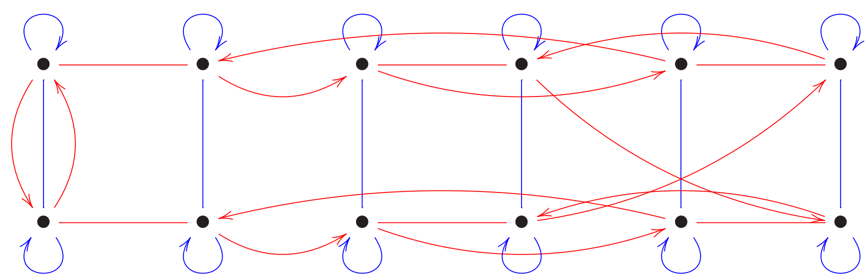
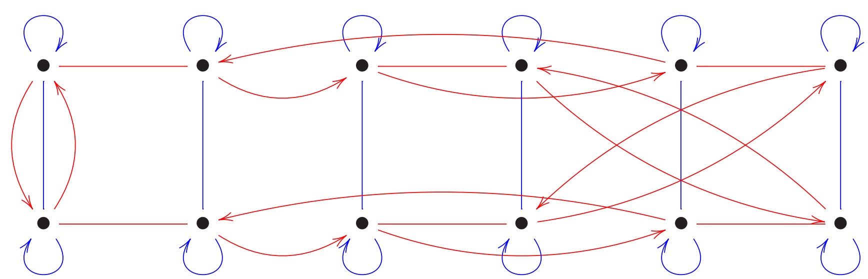
57.		(B, B, B)	G_1
58.		(B, B, B)	G_1
59.		(B, B, B)	G_2
60.		(B, B, B)	G_2

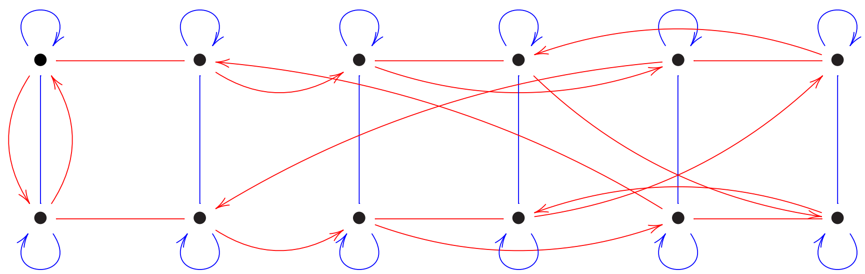
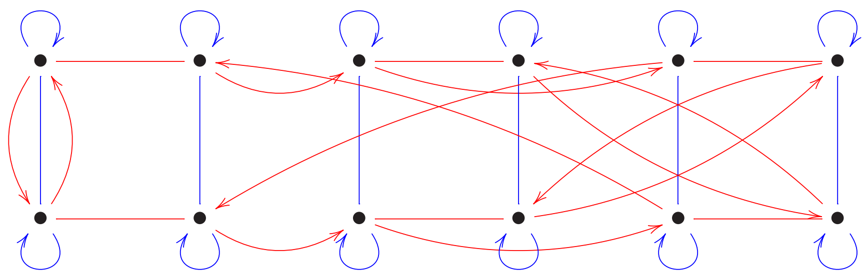
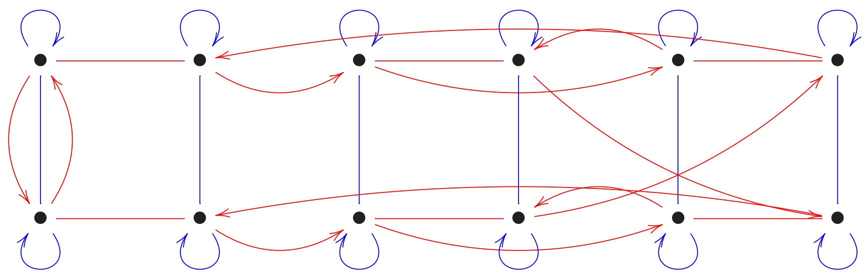
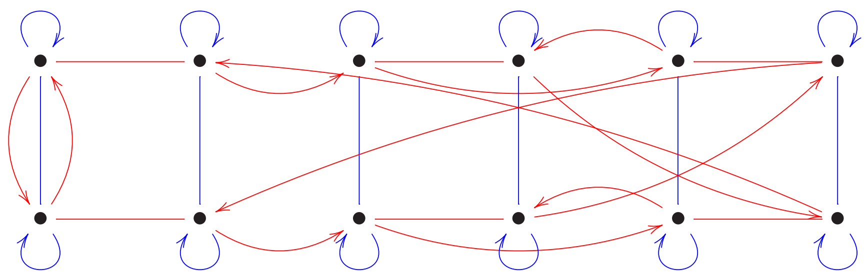
61.		(B,B,B)	G_1
62.		(B,B,B)	G_2
63.		(B,B,B)	G_2
64.		(B,B,B)	H_2

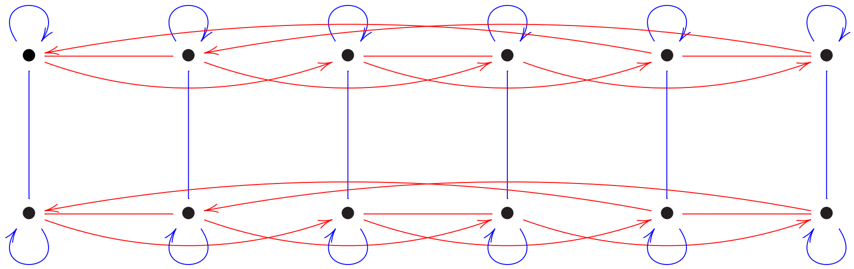
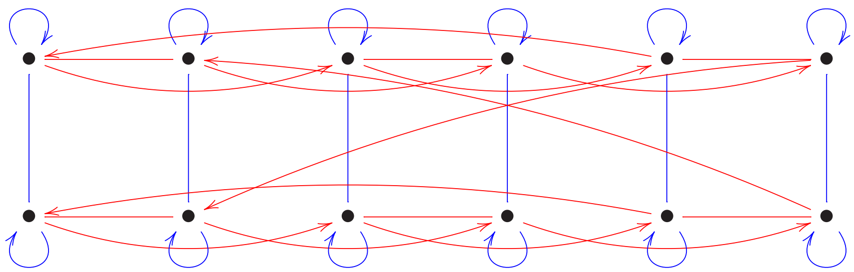
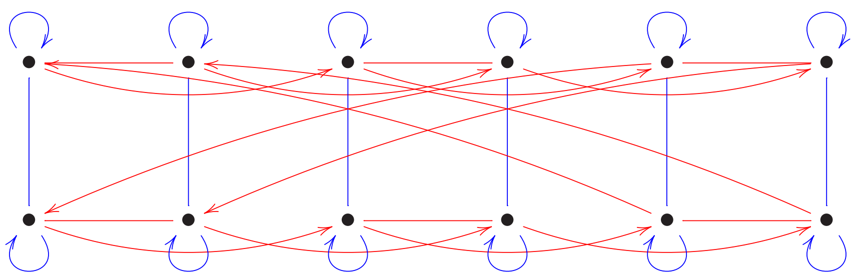
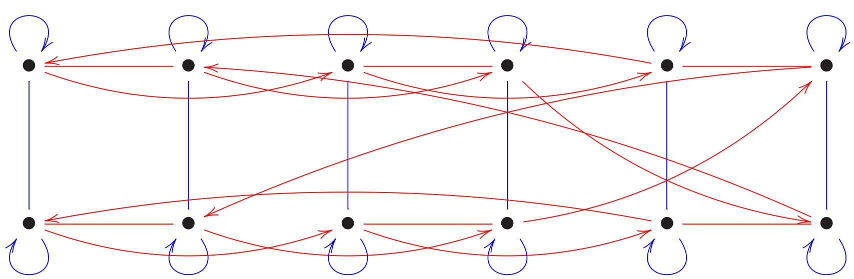
65.		(B, B, B)	H_2
66.		(B, B, B)	G_3
67.		(B, B, B)	G_3
68.		(B, B, B)	G_3

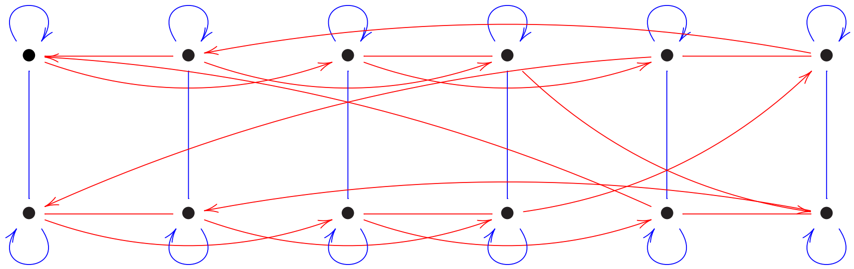
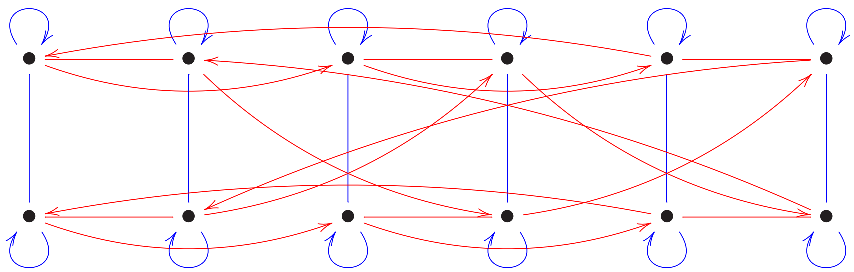
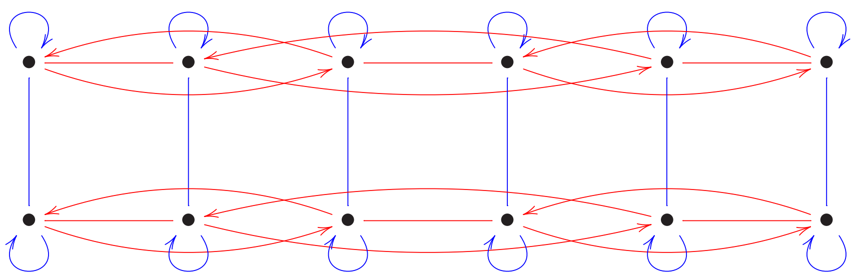
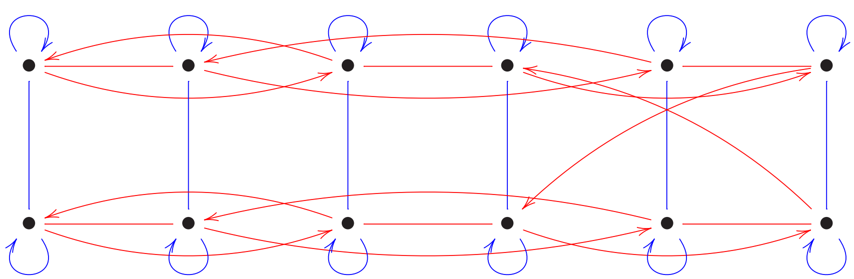
69.		(B, B, B)	H_1
70.		(B, B, B)	H_1
71.		(B, B, B)	F_2
72.		(B, B, B)	F_2

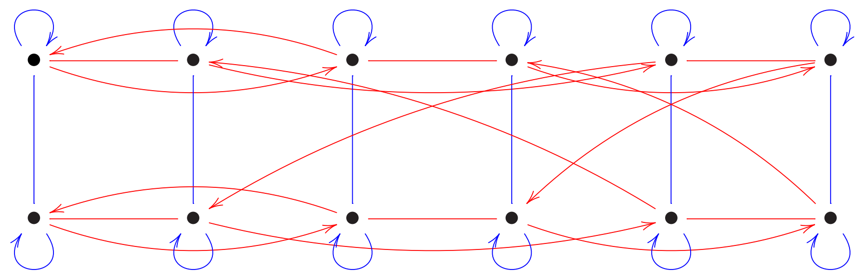
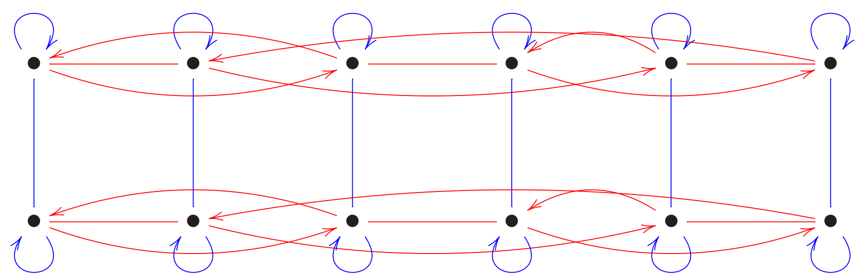
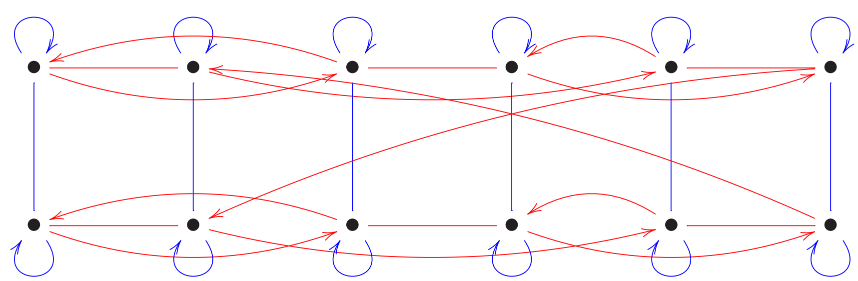
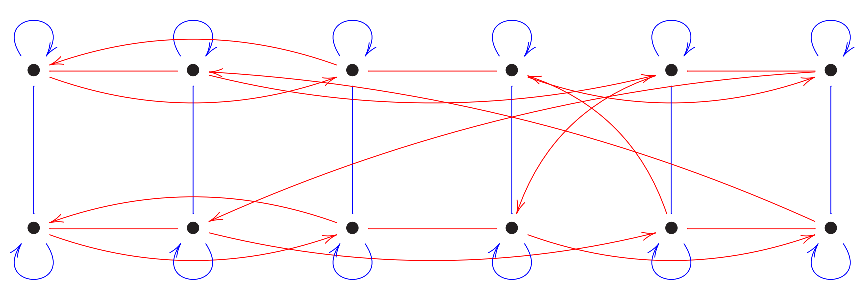
73.		(B, B, B)	F_2
74.		(B, B, B)	F_2
75.		(B, B, B)	F_1
76.		(B, B, B)	F_1

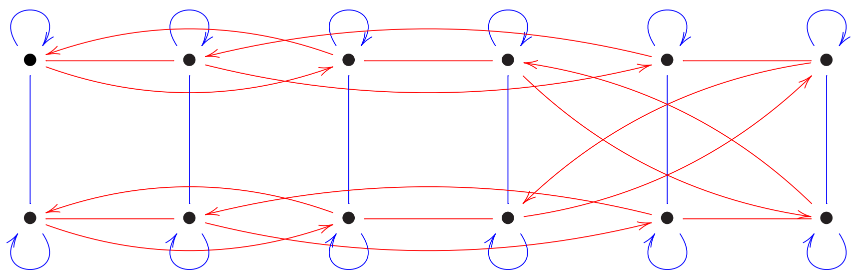
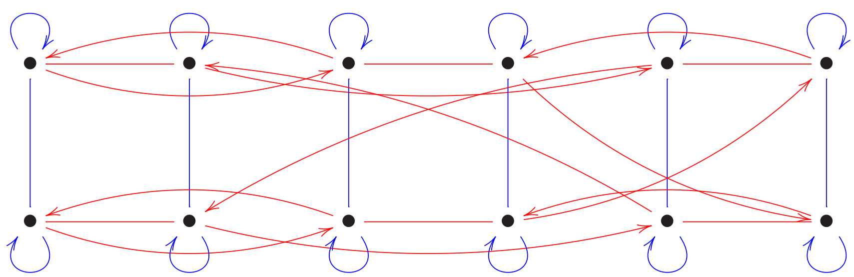
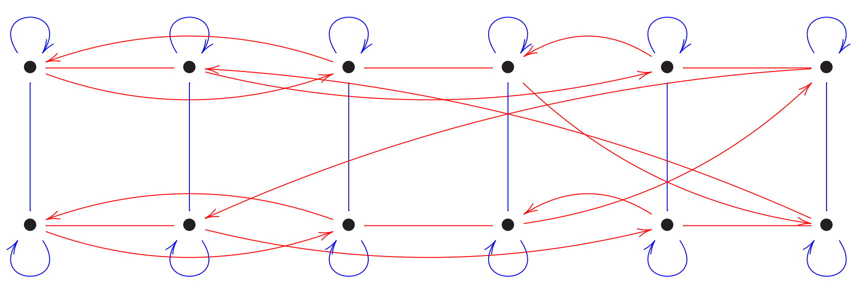
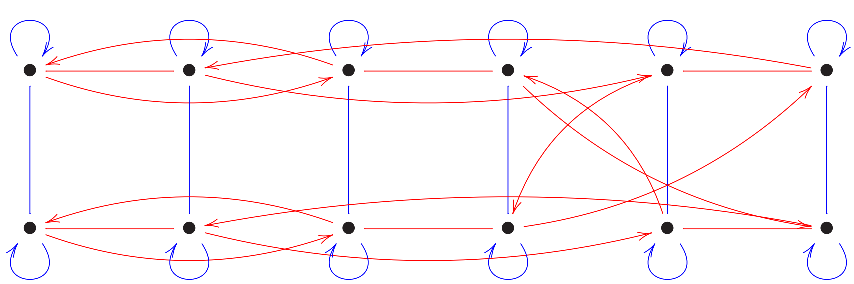
77.		(B, B, B)	F_1
78.		(B, B, B)	F_1
79.		(B, B, B)	F_2
80.		(B, B, B)	F_2

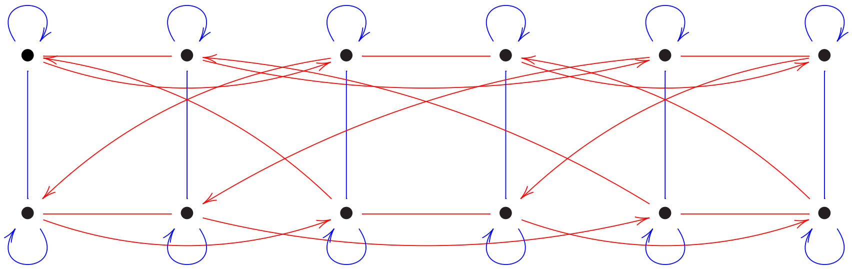
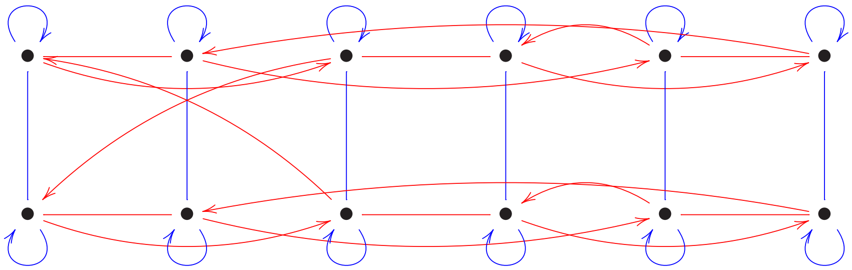
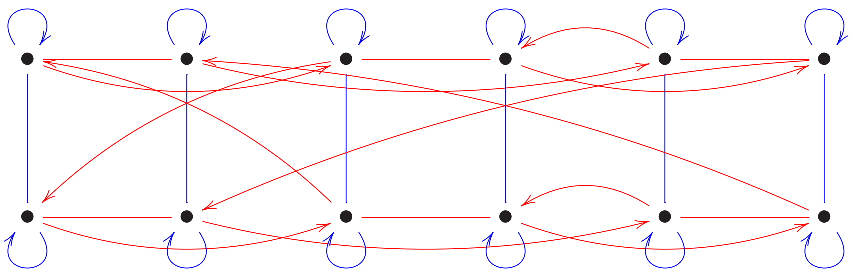
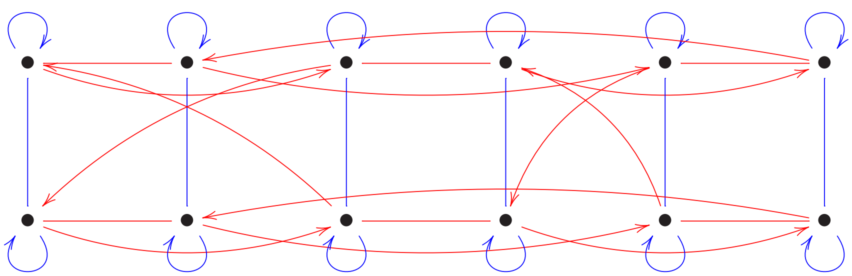
81.		(B, B, B)	F_2
82.		(B, B, B)	F_2
83.		(B, B, B)	F_1
84.		(B, B, B)	F_1

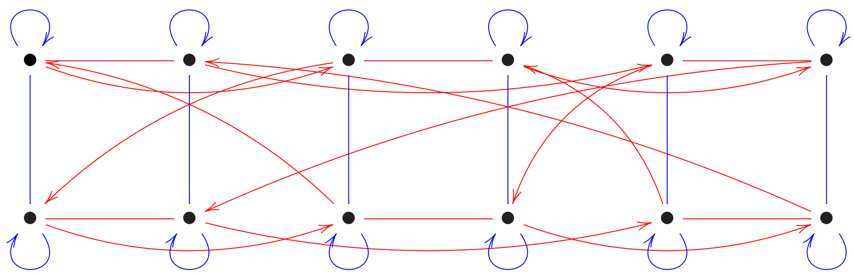
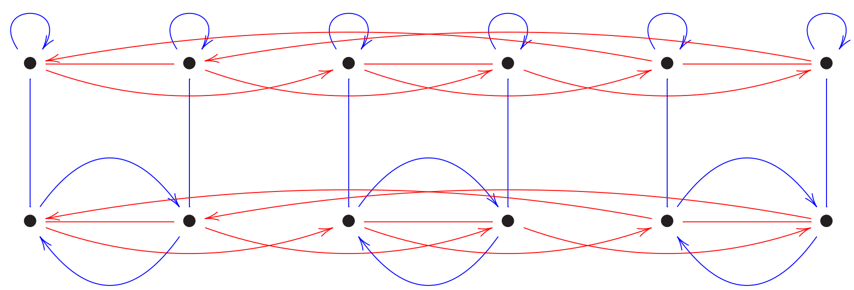
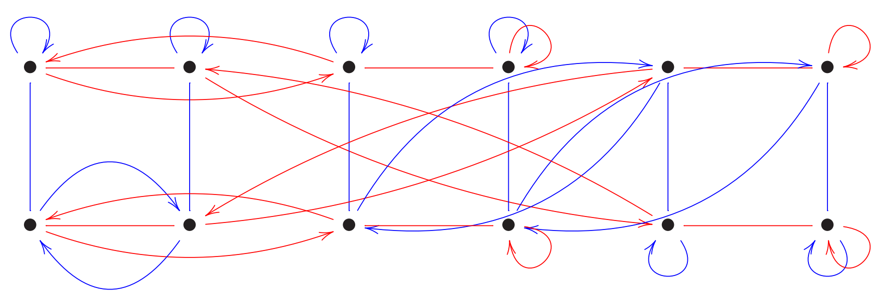
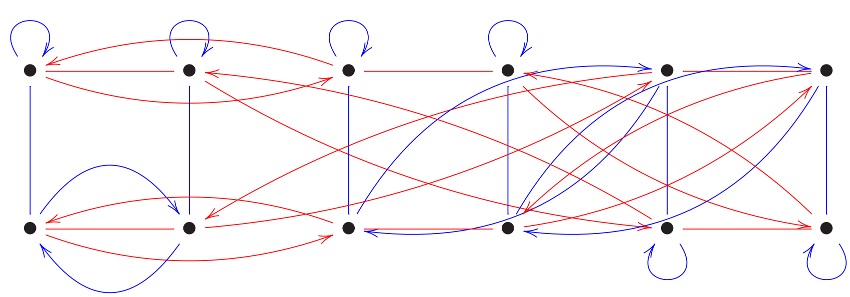
85.		(B, B, B)	E_1
86.		(B, B, B)	E_1
87.		(B, B, B)	E_1
88.		(B, B, B)	E_1

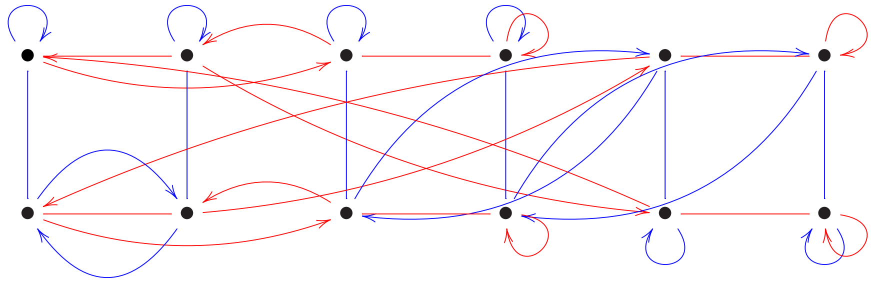
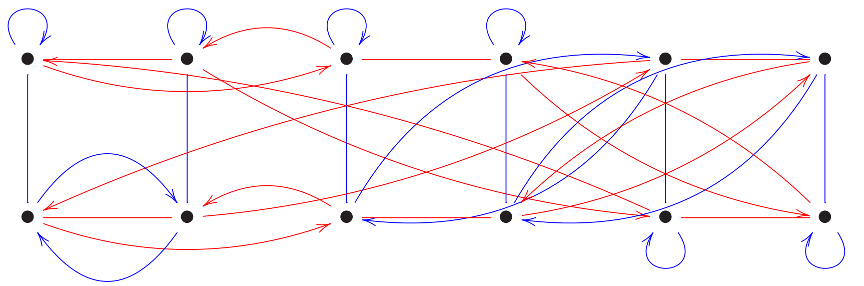
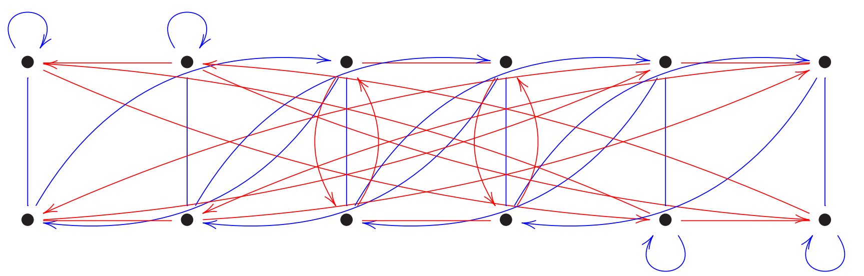
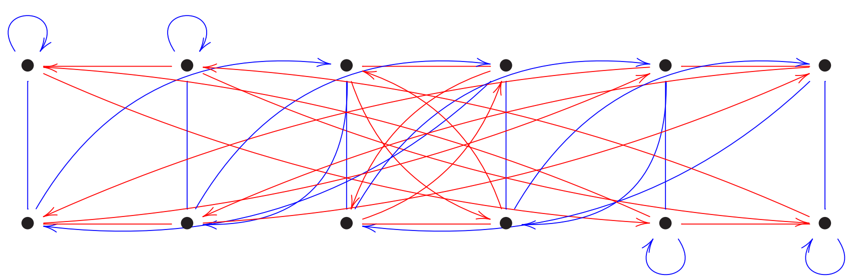
89.		(B, B, B)	E_1
90.		(B, B, B)	E_1
91.		(B, B, B)	E_3
92.		(B, B, B)	E_3

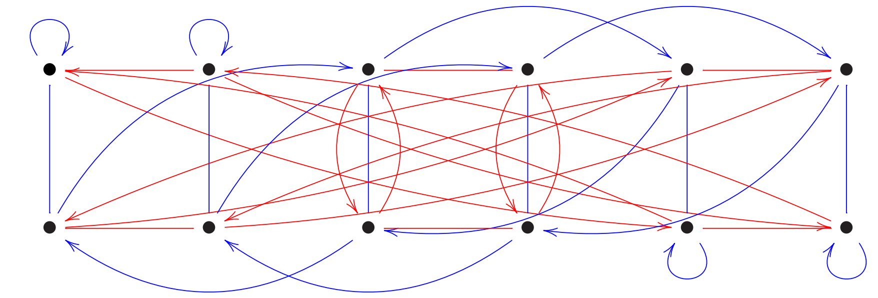
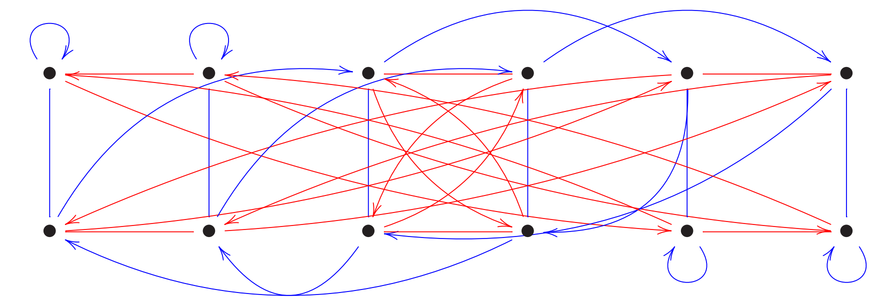
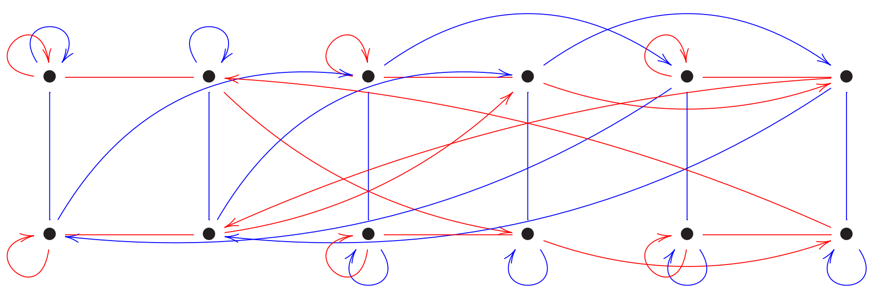
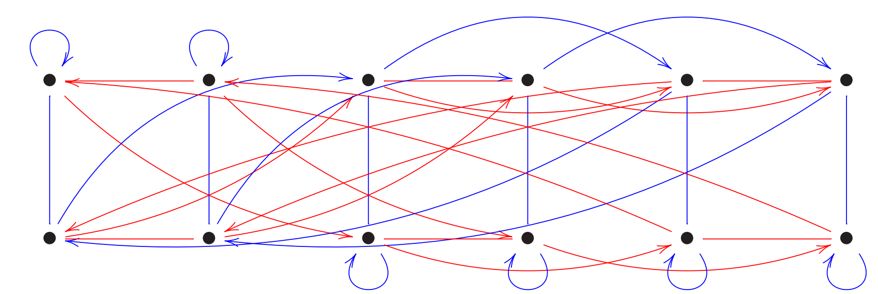
93.		(B, B, B)	E_3
94.		(B, B, B)	E_2
95.		(B, B, B)	E_2
96.		(B, B, B)	E_2

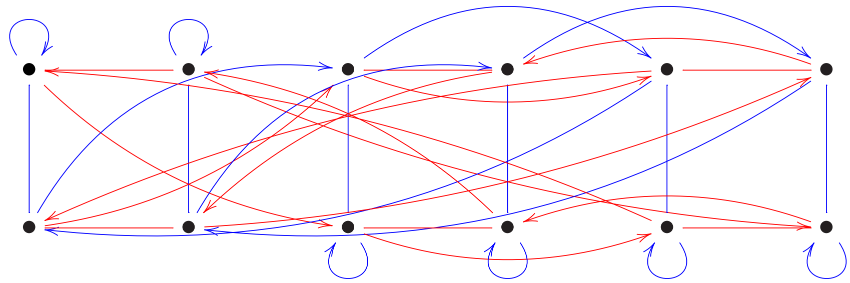
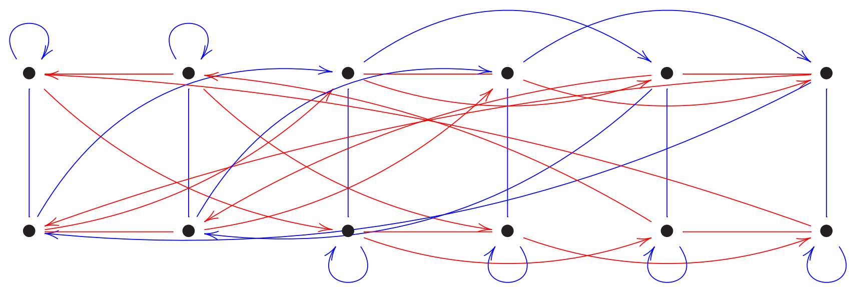
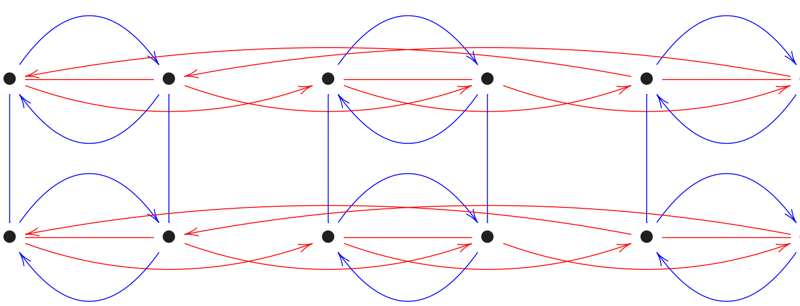
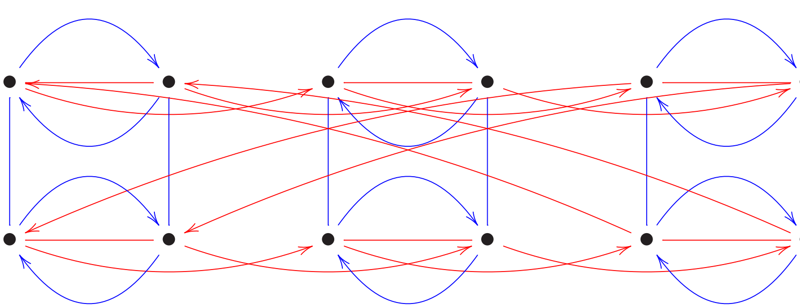
97.		(B, B, B)	E_3
98.		(B, B, B)	E_3
99.		(B, B, B)	E_2
100.		(B, B, B)	E_2

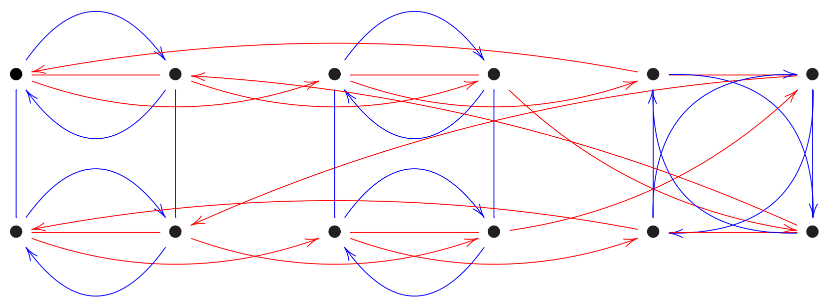
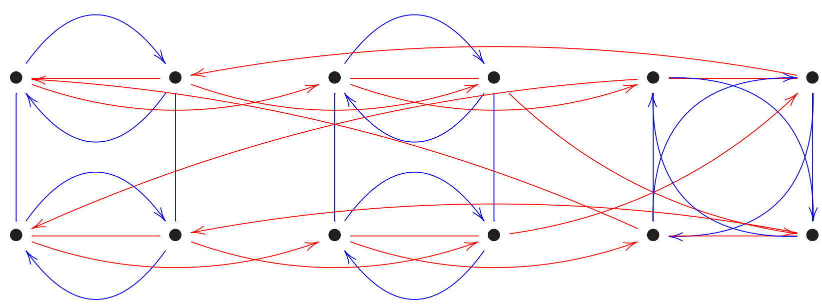
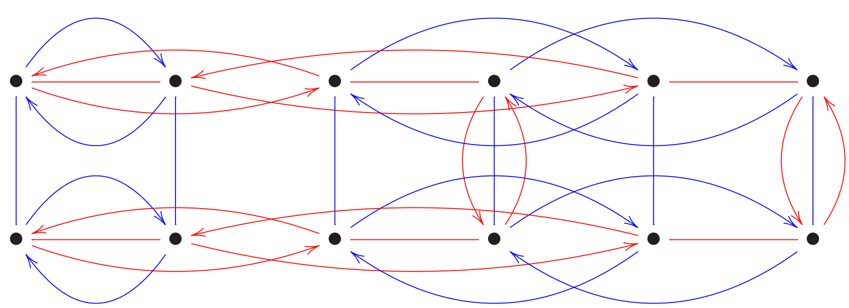
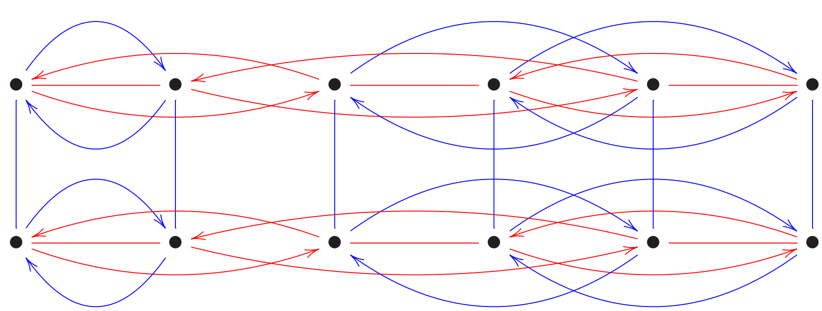
101.		(B, B, B)	E_3
102.		(B, B, B)	E_2
103.		(B, B, B)	E_2
104.		(B, B, B)	E_2

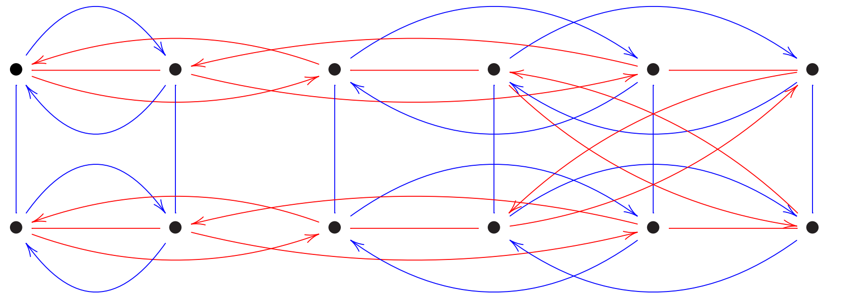
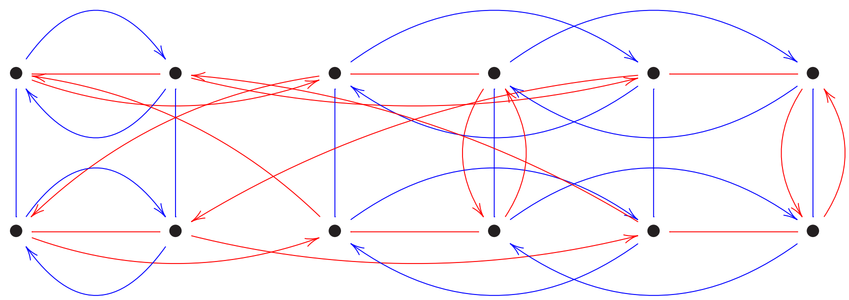
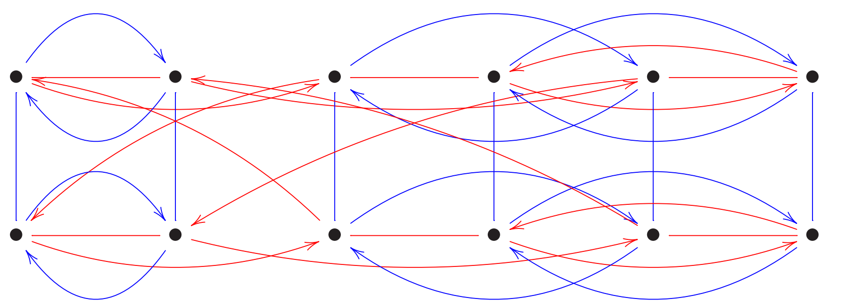
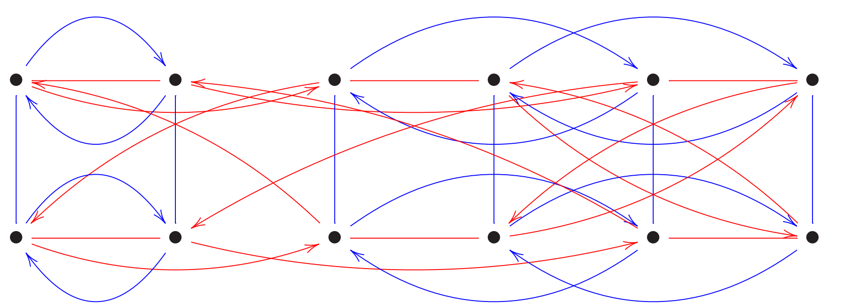
105.		(B, B, B)	E_2
106.		(B, B, B)	E_1
107.		(B, D_1)	G_1
108.		(B, D_1)	E_3

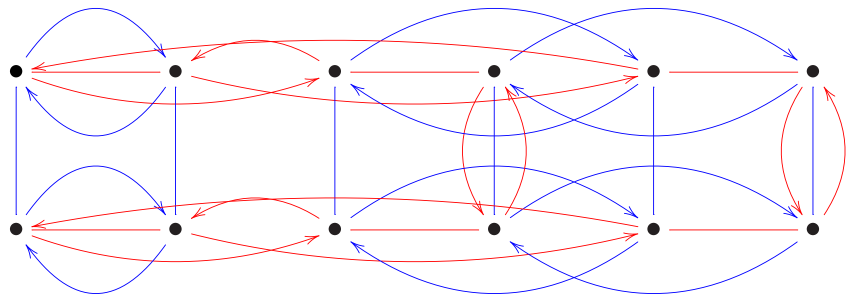
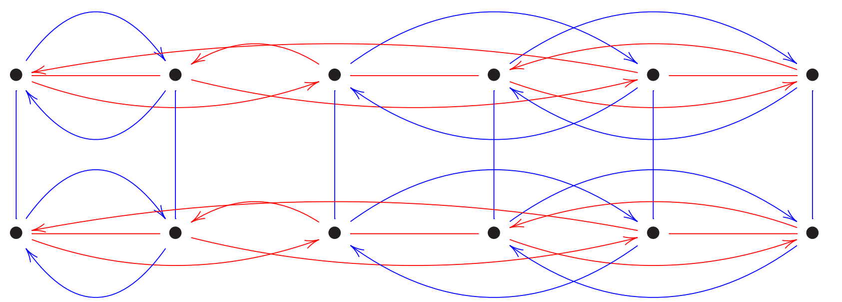
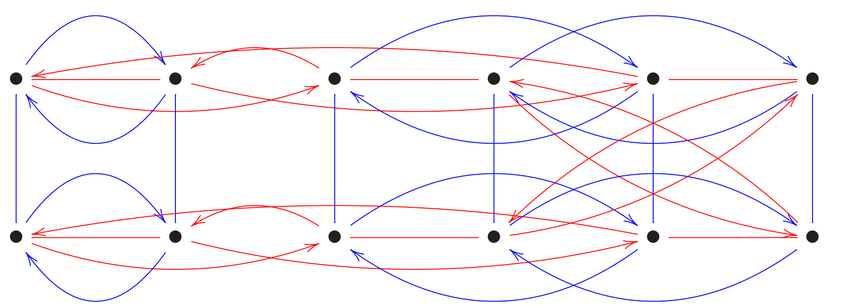
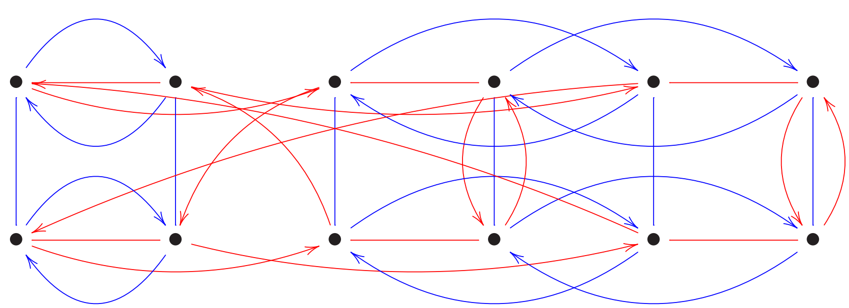
109.		(B, D_1)	G_3
110.		(B, D_1)	E_2
111.		G_1	(B, C_2)
112.		G_1	(B', C_2)

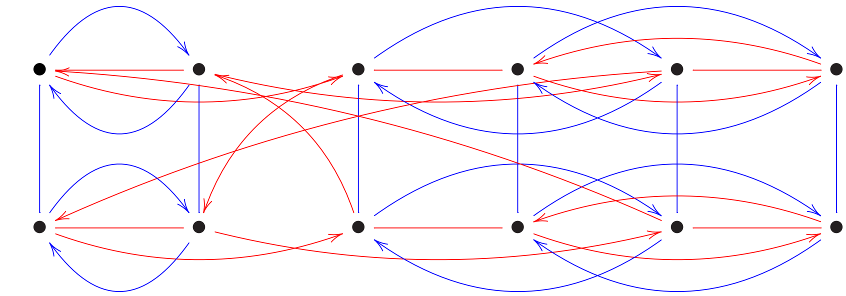
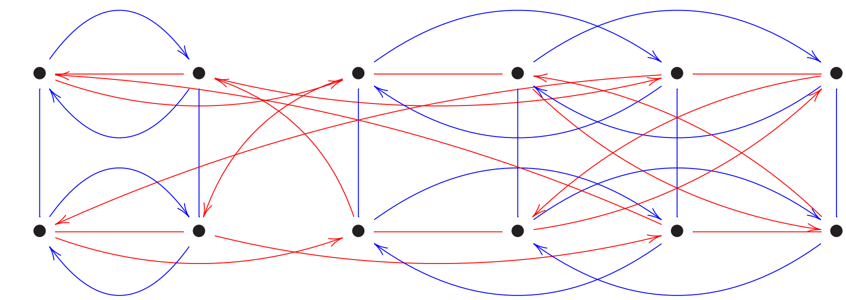
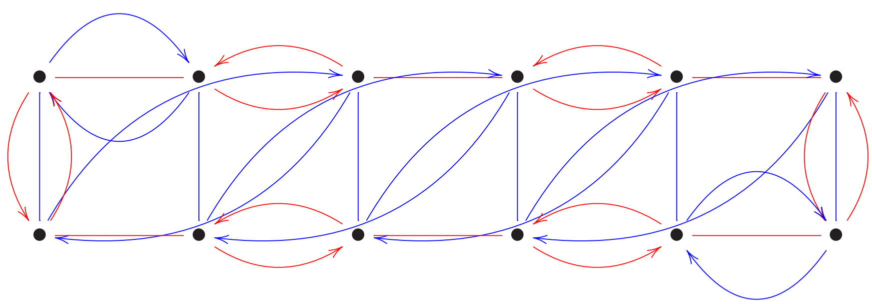
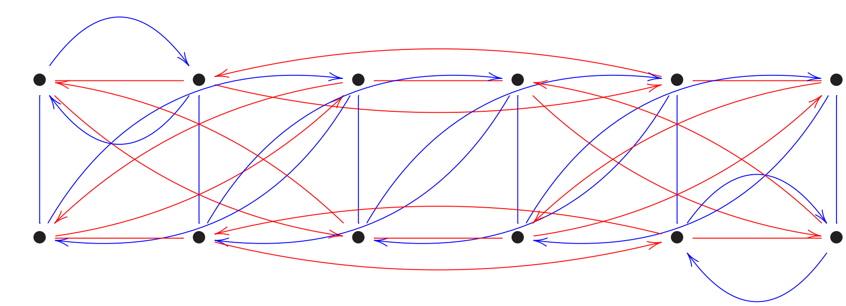
113.		G_3	(B, C_2)
114.		G_3	(B', C_2)
115.		H_1	H_1
116.		H_1	E_1

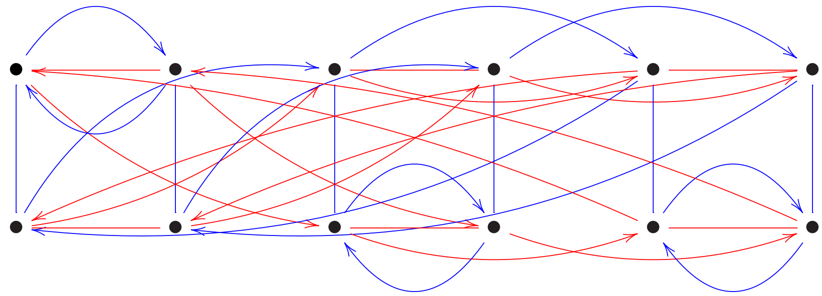
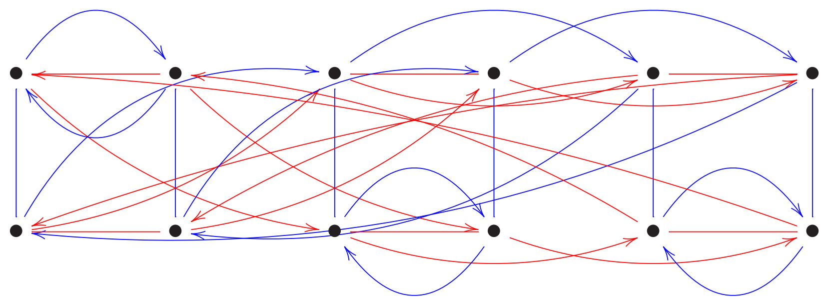
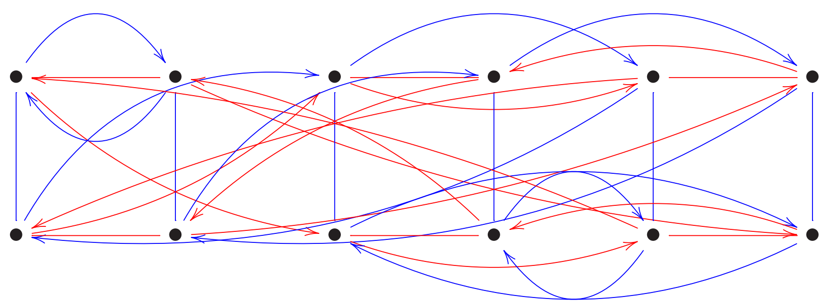
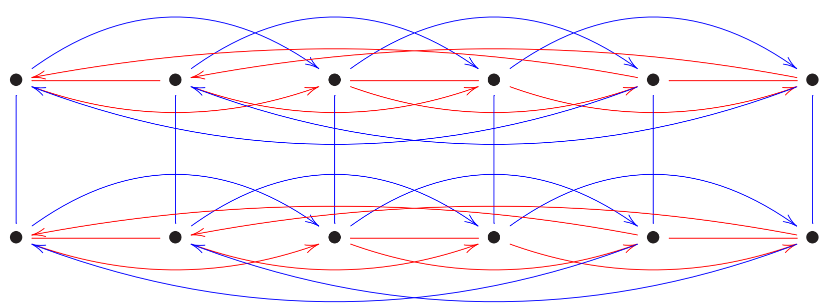
117.		H_1	E_3
118.		H_1	E_1'
119.		(B, B, B)	E_1
120.		(B, B, B)	E_1

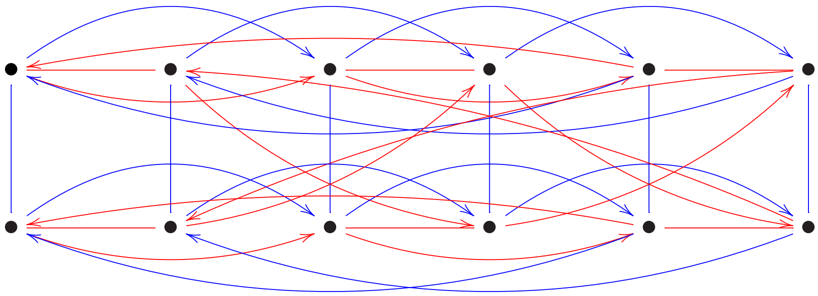
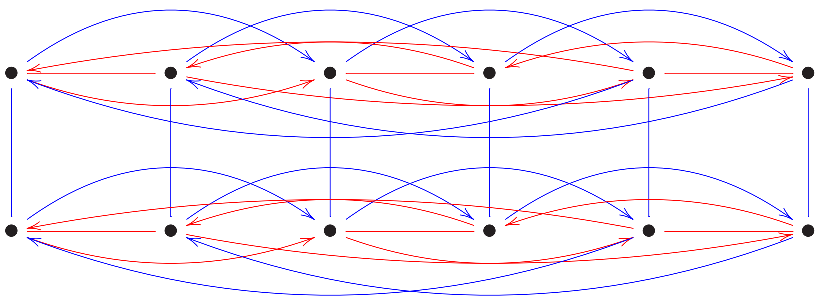
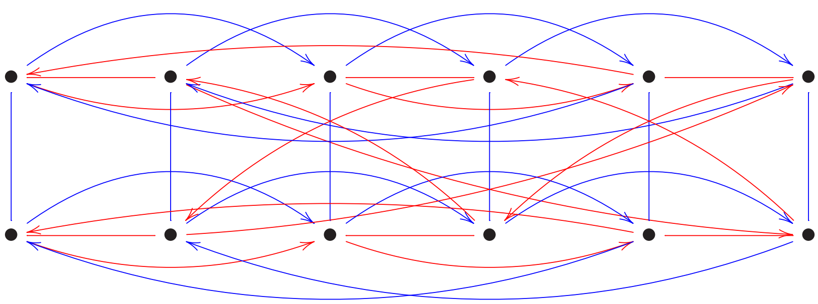
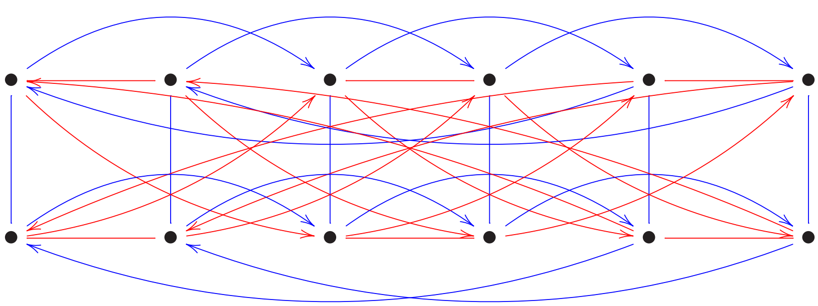
121.		(B, B, B')	E_1
122.		(B, B, B')	E_1
123.		(B, C_2)	G_1
124.		(B, C_2)	E_3

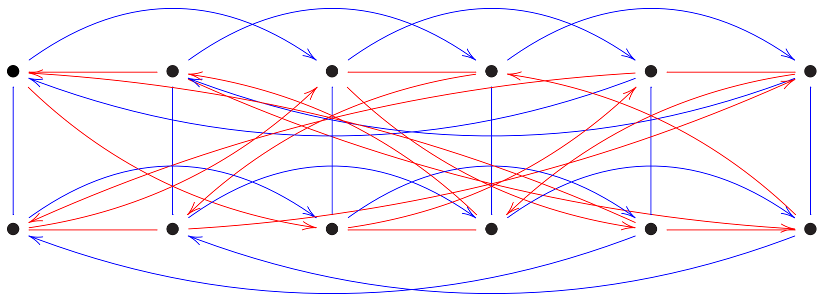
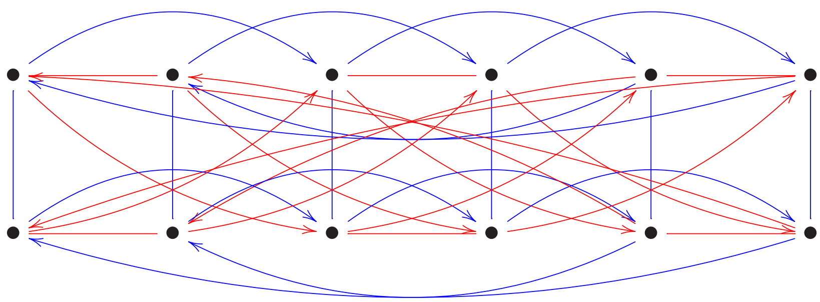
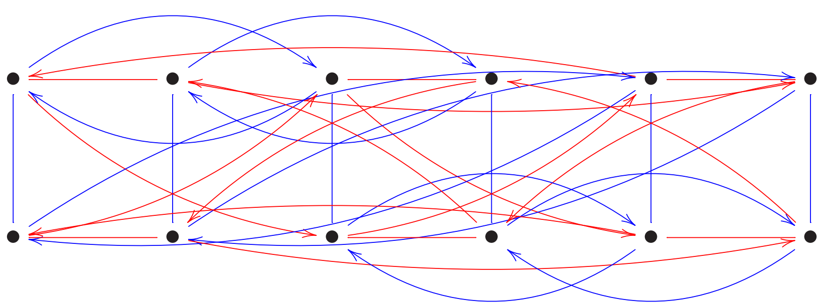
125.		(B, C_2)	E_3
126.		(B, C_2)	G_1
127.		(B, C_2)	E_3
128.		(B, C_2)	E_3

129.		(B, C_2)	G_3
130.		(B, C_2)	E_2
131.		(B, C_2)	E_2
132.		(B, C_2)	G_3

133.		(B, C_2)	E_2
134.		(B, C_2)	E_2
135.		G_1	G_1
136.		G_1	E_3

137.		H_1	E_1
138.		H_1	E_1'
139.		F_2	E_3
140.		E_1	E_1

141.		E_1	E_1
142.		E_1	E_3
143.		E_1	E_3
144.		E_1	E_1

145.		E_1	E_3
146.		E_1	E_1'
147.		E_3	E_3

Список литературы

[1] В.С. Матвеев, А.А. Ошемков. Алгоритмическая классификация инвариантных окрестностей точек типа седло-седло. Вестник московского университета, серия 1, математика, механика, 1999. №2. 62-65.

[2] А.В. Болсинов, А.Т. Фоменко. Интегрируемые гамильтоновые системы. Геометрия, топология, классификация. Том I. - Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999.

[3] Лерман Л.М., Уманский Я.Л. Структура пуассонова действия $\mathbb{R}^2$ на четырёхмерном многообразии. I. Деп. в ВИНИТИ 10.07.81. № 3427. М., 1981.

[4] Лерман Л.М., Уманский Я.Л. Классификация четырёхмерных гамильтоновых систем и пуассоновских действий $\mathbb{R}^2$ в расширенных окрестностях простых особых точек. III // Матем. сб. 1995. 186. № 10. 89-102.

[5] Bolsinov A.V. Methods of calculation of Fomenko-Ziechang invariant / Topological classification of integrable Hamiltonian systems // Adv. Sov. Math. 1991. 6. 147-183.

[6] Матвеев В.С. Интегрируемые гамильтоновы системы с двумя степенями свободы. Топологическое строение насыщенных окрестностей точек типа фокусфокус и седлседло // Матем. сб. 1996. 187, №4. 29-58.