

О Л И М П И А Д А
ПО ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ
(для студентов 1-2 курсов)
кафедры дифференциальной геометрии и приложений
19 апреля 2017

1. Рассмотрим прямой круговой конус с радиусом основания R и углом α между высотой и образующей. При каких значениях угла α из поверхности конуса можно вырезать круг, радиус которого больше, чем R ? [Здесь круг — это фигура, которую после вырезания можно развернуть и совместить с обычным кругом на плоскости.]

2. Какова минимальная размерность евклидова пространства, в которое можно вложить граф а) K_n , б) $K_{p,q}$ так, чтобы каждое ребро было отрезком длины 1. [Здесь K_n — это граф с n вершинами, любая пара из которых соединена ребром, а $K_{p,q}$ — граф с $p + q$ вершинами, у которого каждая вершина из первых p соединена ребром с каждой вершиной из последних q .]

3. Многогранник имеет центр симметрии O . Можно ли выбрать остовное дерево в графе, образованном всеми его ребрами и вершинами, так, чтобы оно тоже было центрально симметрично относительно O ?

4. Пусть замкнутая геодезическая (без самопересечений) на поверхности выпуклого многогранника делит ее на две части так, что в каждую из частей попадает одинаковое количество вершин многогранника. Доказать, что сумма всех плоских углов при вершинах из одной части равна сумме всех плоских углов при вершинах из другой части. [Здесь геодезическая — это кривая, которая не проходит через вершины многогранника и в любой его развертке выглядит как набор отрезков, не имеющих общих точек.]

5. В пустынной местности планируется построить несколько поселков и железных дорог, соединяющих каждый поселок с каждым. Какое максимальное количество поселков удастся построить так, чтобы рельсы дорог нигде не пересекались (кроме самих станций в поселках), если разрешается построить только один мост (любой ширины, т.е. по мосту можно проложить любое количество дорог).

*Решения задач, результаты олимпиады, информацию
о награждении победителей ищите на сайте кафедры*
dfgm.math.msu.su