

Упражнения к главе 9

Упражнение 9.1. Опишите кратчайшие кривые на плоскости с нормой $\|(x, y)\| = \max\{|x|, |y|\}$.

Упражнение 9.2. Дайте полное описание кратчайших кривых на прямом круговом цилиндре.

Упражнение 9.3. Опишите кратчайшие кривые и геодезические на (бесконечном) прямом круговом конусе.

Упражнение 9.4. Приведите пример геодезической, являющейся замкнутой кривой, но не являющейся замкнутой геодезической.

Упражнение 9.5. Докажите, что в каждой компоненте, на которые замкнутая геодезическая без самопересечений делит границу выпуклого многогранника, сумма кривизн всех попавших в компоненту вершин многогранника равна 2π .

Упражнение 9.6. Постройте пример замкнутой геодезической на выпуклом многограннике, являющейся пространственным треугольником.

Упражнение 9.7. Докажите, что на тетраэдре не может быть геодезических, представляющих собой треугольник в евклидовом пространстве.

Упражнение 9.8. Докажите, что все четырехугольные замкнутые геодезические на правильном тетраэдре являются прямоугольниками.

Упражнение 9.9. Постройте пример восьмиугольной геодезической на правильном тетраэдре.

Упражнение 9.10. Найдите на поверхности куба замкнутую геодезическую, являющуюся

- (1) квадратом;
- (2) правильным шестиугольником;
- (3) неплоским шестиугольником.

Упражнение 9.11. Докажите, что правильная треугольная пирамида, у которой боковое ребро не равно стороне основания, не содержит замкнутых геодезических без самопересечений.