

## Упражнения к главе 9

**Упражнение 9.1.** Опишите кратчайшие кривые на плоскости с нормой  $\|(x, y)\| = \max\{|x|, |y|\}$ .

**Упражнение 9.2.** Дайте полное описание кратчайших кривых на прямом круговом цилиндре.

**Упражнение 9.3.** Опишите кратчайшие кривые и геодезические на (бесконечном) прямом круговом конусе.

**Упражнение 9.4.** Приведите пример геодезической, являющейся замкнутой кривой, но не являющейся замкнутой геодезической.

**Упражнение 9.5.** Докажите, что в каждой компоненте, на которые замкнутая геодезическая без самопересечений делит границу выпуклого многогранника, сумма кривизн всех попавших в компоненту вершин многогранника равна  $2\pi$ .

**Упражнение 9.6.** Постройте пример замкнутой геодезической на выпуклом многограннике, являющейся пространственным треугольником.

**Упражнение 9.7.** Докажите, что на тетраэдре не может быть геодезических, представляющих собой треугольник в евклидовом пространстве.

**Упражнение 9.8.** Докажите, что все четырехугольные замкнутые геодезические на правильном тетраэдре являются прямоугольниками.

**Упражнение 9.9.** Постройте пример восьмиугольной геодезической на правильном тетраэдре.

**Упражнение 9.10.** Найдите на поверхности куба замкнутую геодезическую, являющуюся

- (1) квадратом;
- (2) правильным шестиугольником;
- (3) неплоским шестиугольником.

**Упражнение 9.11.** Докажите, что правильная треугольная пирамида, у которой боковое ребро не равно стороне основания, не содержит замкнутых геодезических без самопересечений.