

## СПИСОК ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ

### НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ

(весна 2015; 1 курс, 1 поток; лектор — Ошемков А.А.)

1. Комбинаторное и топологическое описание графов. Основные свойства непрерывных кривых. Непрерывные отображения графов.
2. Теорема об изображении планарных графов с помощью ломаных. Примеры непланарных графов и теорема Понтрягина—Куратовского (без док-ва).
3. Теорема Жордана для замкнутой ломаной.
4. Непланарность графов  $K_{3,3}$  и  $K_5$  как следствие теоремы Жордана для ломаной.
5. Теорема Жордана для замкнутой непрерывной кривой (доказательство того, что кривая разбивает плоскость).
6. Формула Эйлера для плоских графов.
7. Определение многогранной поверхности и многогранника. Выпуклые многогранники. Доказательство того, что выпуклый многогранник совпадает с выпуклой оболочкой вершин, а также с пересечением замкнутых полупространств.
8. Формула Эйлера для выпуклых многогранников. Классификация правильных многогранников.
9. Многоугольники на плоскости и на сфере. Леммы о выпуклых многоугольниках (для доказательства теоремы Коши).
10. Лемма Коши о числе перемен знаков для выпуклого многогранника.
11. Теорема Коши о конгруэнтности выпуклых многогранников с одинаковыми гранями. Теорема Сабитова (без док-ва).
12. Еж многогранника и его свойства. Теорема Минковского (без док-ва).
13. Теорема Бойяи—Гервина о равносторонности равновеликих многоугольников.
14. Инвариант Дена. Теорема о неравносторонности равновеликих куба и правильного тетраэдра.
15. Определение топологии через открытые множества. Его связь с определением топологии через окрестности точек. Свойства связности и компактности топологических пространств. Непрерывное отображение и гомеоморфизм.
16. Определение двумерной поверхности (= двумерного многообразия). Примеры замкнутых двумерных поверхностей (сфера, тор, проективная плоскость, бутылка Клейна) и их представление в виде склейки многоугольника.
17. Триангуляция поверхностей. Эйлера характеристика поверхности. Ориентируемость поверхности.
18. Теорема классификации замкнутых поверхностей (в виде склеек многоугольников).
19. Операция связной суммы для поверхностей. Переформулировка теоремы классификации через связные суммы торов и проективных плоскостей.
20. Регулярные параметризованные кривые на плоскости. Различные варианты определения гомотопии кривых.
21. Число вращения. Теорема Уитни о классификации замкнутых кривых на плоскости с точностью до регулярной гомотопии.
22. Классификация замкнутых регулярных кривых на сфере с точностью до регулярной гомотопии. Описание представителей классов эквивалентности регулярных кривых на плоскости и на сфере.
23. Число оборотов вокруг точки для замкнутой кривой на плоскости. Классификация замкнутых регулярных кривых на цилиндре с точностью до регулярной гомотопии.
24. Различные виды движений на плоскости. Их композиции.
25. Действие группы на множестве. Орбиты и стабилизаторы. Дискретные подгруппы группы движений плоскости. Замощения плоскости.
26. Определение кристаллографической группы на плоскости. Фундаментальные области. Область Дирихле, ее свойства.
27. Определение групп  $\Gamma_G$  и  $dG$  для кристаллографической группы  $G$ . Классификация дискретных подгрупп группы движений прямой.
28. Описание решеток (подгрупп параллельных переносов  $\Gamma_G$ ) для кристаллографических групп на плоскости.
29. Описание групп  $dG$  для кристаллографических групп на плоскости.
30. Описание кристаллографических групп без симметрий (доказательство для случаев  $dG = C_1, C_2, C_3$ ).