

## СПИСОК ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ

### НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ

(весна 2014; 1 курс, 1 поток; лектор — Ошемков А.А.)

1. Комбинаторное и топологическое описание графов. Основные свойства непрерывных кривых. Непрерывные отображения графов.
2. Теорема об изображении планарных графов с помощью ломаных. Примеры непланарных графов и теорема Понтрягина–Куратовского (без док-ва).
3. Теорема Жордана для замкнутой ломаной.
4. Непланарность графов  $K_{3,3}$  и  $K_5$  как следствие теоремы Жордана для ломаной.
5. Теорема Жордана для замкнутой непрерывной кривой (доказательство того, что кривая разбивает плоскость).
6. Формула Эйлера для плоских графов.
7. Определение многогранной поверхности и многогранника. Выпуклые многогранники. Их эквивалентное описание как выпуклой оболочки вершин и как пересечения замкнутых полупространств.
8. Формула Эйлера для выпуклых многогранников. Классификация правильных многогранников.
9. Многоугольники на плоскости и на сфере. Леммы о выпуклых многоугольниках (для доказательства теоремы Коши).
10. Лемма Коши о числе перемен знаков для выпуклого многогранника.
11. Теорема Коши о конгруэнтности выпуклых многогранников с одинаковыми гранями. Теорема Сабитова (без док-ва).
12. Еж многогранника и его свойства. Теоремы Минковского и Александрова о задании выпуклых многогранников (без док-ва).
13. Теорема Бойяи–Гервина о равносторонности равновеликих многоугольников.
14. Инвариант Дена. Теорема о неравносторонности равновеликих куба и правильного тетраэдра.
15. Определение топологии через открытые множества. Его связь с определением топологии через окрестности точек. Свойства связности и компактности топологических пространств. Непрерывное отображение и гомеоморфизм.
16. Определение двумерной поверхности (= двумерного многообразия). Замкнутые поверхности и поверхности с краем. Примеры склеек из многоугольников.
17. Триангуляция поверхностей. Эйлера характеристика поверхности. Ориентируемость поверхности.
18. Теорема классификации замкнутых поверхностей.
19. Операция связной суммы для поверхностей. Переформулировка теоремы классификации через связные суммы торов и проективных плоскостей.
20. Регулярные параметризованные кривые на плоскости. Различные варианты определения гомотопии кривых.
21. Число вращения. Теорема Уитни о классификации замкнутых кривых на плоскости с точностью до регулярной гомотопии.
22. Классификация замкнутых регулярных кривых на сфере с точностью до регулярной гомотопии. Описание представителей классов эквивалентности регулярных кривых на плоскости и на сфере.
23. Число оборотов вокруг точки для замкнутой кривой на плоскости. Классификация замкнутых регулярных кривых на цилиндре и на торе с точностью до регулярной гомотопии.
24. Различные виды движений на плоскости. Их композиции.
25. Действие группы на множестве. Орбиты и стабилизаторы. Дискретные подгруппы группы движений плоскости. Замощения плоскости.
26. Определение кристаллографической группы на плоскости. Фундаментальные области. Область Дирихле, ее свойства.
27. Определение групп  $\Gamma_G$  и  $dG$  для кристаллографической группы  $G$ . Классификация дискретных подгрупп группы движений прямой.
28. Описание решеток (подгрупп параллельных переносов  $\Gamma_G$ ) для кристаллографических групп на плоскости.
29. Классификация конечных подгрупп группы движений плоскости. Описание групп  $dG$  для кристаллографических групп на плоскости.
30. Описание 13 арифметических классов для кристаллографических групп на плоскости. Теорема классификации кристаллографических групп на плоскости (без док-ва).