

## Упражнения к семинару 7

### “Жесткие и изгибаемые многогранники”

**Упражнение 7.1.** Докажите, что правильные многогранники определены однозначно с точностью до подобия.

**Упражнение 7.2.** Пусть  $A_1A_2A_3A_4$  — тетраэдр, а  $q_{ij} = q_{ji}$  обозначает квадрат расстояния между  $A_i$  и  $A_j$ . Докажите, что квадрат объема  $V$  этого тетраэдра может быть вычислен как многочлен от величин  $q_{ij}$  по следующей формуле:

$$V^2 = \frac{1}{288} \begin{vmatrix} 0 & q_{12} & q_{13} & q_{14} & 1 \\ q_{21} & 0 & q_{23} & q_{24} & 1 \\ q_{31} & q_{32} & 0 & q_{34} & 1 \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

**Упражнение 7.3.** Используя результаты предыдущего упражнения, докажите, что не существует тетраэдра, основание которого — правильный треугольник со стороной 1, а боковые стороны равны  $3/2$ ,  $2/3$  и  $3/4$  (разрешается воспользоваться компьютером).