

**СПИСОК ВОПРОСОВ**  
**Наглядная геометрия и топология**  
**(А. Иванов, весна 2021)**

1. Граф, вершины, ребра, отображение инцидентности, простой граф, степень вершины, лемма о рукопожатиях.
2. Маршруты, цепи, пути, циклы в графе. Связные графы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости связного графа.
3. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.
4. Подграфы. Компоненты связности. Отношение достижимости.
5. Деревья. Пять определений дерева. Цикломатическое число.
6. Графы с весами. МОД. Алгоритм Краскала. Теорема об алгоритме Краскала.
7. База окрестностей. Метрическая база окрестностей и другие примеры. Непрерывность в терминах баз. Связь между непрерывностью кривой в  $\mathbb{R}^n$  и непрерывностью ее координатных функций.
8. Открытые и замкнутые подмножества в терминах базы окрестностей. Открытые окрестности. Непрерывность в терминах открытых окрестностей.
9. Критерий непрерывности. Непрерывность тождественного отображения, непрерывность композиции, непрерывность расстояния до фиксированной точки метрического пространства.
10. Топология множества с базой. Свойства топологии (аксиомы открытых множеств). Аксиоматическое определение топологии. Топологическое пространство. Его замкнутые подмножества, их свойства (аксиомы замкнутых множеств).
11. Внутренние точки и точки прикосновения. Внутренность, замыкание, граница, их свойства.
12. Стандартные конструкции: метрическая топология, дизъюнктное объединение, индуцированная топология, фактор топология, конечное прямое произведение.
13. Гомеоморфизмы, гомеоморфность. Гомеоморфность как отношение эквивалентности. Примеры.
14. Связность топологического пространства. Связность отрезка. Компоненты связности.
15. Достаточное условие связности. Связность и непрерывные отображения. Теорема Больцано–Коши.
16. Непрерывные кривые. Линейная связность. Связность и линейная связность.
17. Хаусдорфовы пространства. Замкнутость точки в хаусдорфовом пространстве. Хаусдорфовость метрической топологии.
18. Компактность. Образ компактного пространства при непрерывном отображении. Теорема Вейерштрасса.
19. Замкнутое подмножество компактного пространства.
20. Компактное подмножество хаусдорфова пространства.
21. Непрерывное взаимно однозначное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство.
22. Локально постоянные функции, непрерывность, описание таких функций на линейно связном пространстве.
23. Теорема Жордана, случай простых замкнутых ломаных. Доказательство того, что компонент не более двух.
24. Теорема Жордана, случай простых замкнутых ломаных. Доказательство того, что компонент ровно две.

25. Теорема Жордана, случай простых незамкнутых ломаных.
26. Лемма «о перегородках» (следствие из теоремы Жордана для ломаных).
27. Топологический граф. Вложимость графа в пространство. Планарные и плоские графы.
28. Невложимость графа  $K_{3,3}$  в плоскость в виде объединения ломаных.
29. Эквивалентность вложимости графа в плоскость в виде объединения ломаных и непрерывной вложимости.
30. Теорема Жордана для простой непрерывной замкнутой кривой, доказательство того, что компонент не меньше двух.
31. Теорема Жордана для простой непрерывной замкнутой кривой, доказательство того, что компонент ровно две.
32. Отображения графов. Изоморфизмы графов. Гомеоморфные графы. Плоские и планарные графы. Формулировка теоремы Понтрягина–Куратовского.
33. Формула Эйлера для плоских графов.
34. Раскраски плоских графов. Теорема Хивуда о пяти красках.
35. Триангуляции подмножества плоскости. Лемма Шпернера.
36. Многогранные поверхности. Многогранники. Формулировка теоремы Жордана для замкнутых многогранных поверхностей.
37. Выпуклые многогранники. Критерий выпуклости многогранника.
38. Граф многогранника. Двойственный граф. Их планарность для выпуклого многогранника.
39. Формула Эйлера для выпуклого многогранника. Правильные многогранники.
40. Теорема Минковского о еде многогранника. Доказательство равенства нулю суммы векторов еда.
41. Критерий центральной симметричности выпуклого многогранника.
42. Равновеликость и равноставленность многоугольников и многогранников. Теорема Бойяи, Уоллеса, Гервина (формулировка и схема доказательства).
43. Функция Дена семейства многогранников. Инварианты Дена. Вычисление инвариантов Дена для куба и для призмы.
44. Теорема Дена (необходимое условие равноставленности многогранников). Формулировка теоремы Дена–Сидлера.
45. Следствие теоремы Дена: тетраэдр и куб не равноставлены.
46. Равнодополняемые многогранники и инварианты Дена.
47. Тетраэдр Хилла и координатный тетраэдр. Решение третьей проблемы Гильберта.
48. Топологическая классификация замкнутых многогранных поверхностей. Формулировка теоремы, склейки модельных поверхностей из многоугольников.
49. Топологическая классификация замкнутых многогранных поверхностей. Доказательство достаточности двух серий.
50. Ориентируемые и неориентируемые многогранные поверхности. Цепочки граней, сохраняющие и обращающие ориентацию. Примеры.
51. Топологическая классификация замкнутых многогранных поверхностей. Эйлерова характеристика. Схема доказательства попарной негомеоморфности.