

На правах рукописи

ГОЛО Войслав Любомирович

УДК 538.941

ДОЛГОЖИВУЩИЕ МОДЫ В СПИНОВОЙ ДИНАМИКЕ
 ${}^4\text{He}-\text{V}$

01.04.02 — теоретическая физика

Диссертация на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук в форме научного доклада

Работа выполнена на механико-математическом факультете
Московского государственного университета.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук В. В. Дмитриев,
доктор физико-математических наук Г. Е. Воловик,
доктор физико-математических наук Э. Б. Сонин

Ведущая организация:

Отдел теоретической физики имени И. Е. Тамма
Физического института РАН имени П. Н. Лебедева

Защита состоится «_____» _____ 199__ г. в _____ час.
на заседании специализированного совета Д 002.41.01 по при-
суждению ученой степени доктора физико-математических наук
при Институте теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН:
142432, Московская область, Ногинский район, Черноголовка,
ИТФ РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИТФ РАН.

Диссертация разослана « ___ » _____ 1993 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
доктор
физико-математических наук

И. Р. Габитов

Введение

Актуальность темы. Экспериментальные и теоретические исследования магнитных явлений в сверхтекучем ^3He привели во второй половине 70-х годов к открытию принципиально нового типа спиновой динамики, характеризующегося сильной нелинейностью и весьма своеобразным механизмом диссипации, не встречающимся в других магнетиках. Чувствительность спиновой динамики сверхтекучего ^3He ко внешним полям, токам массо- и теплопереноса, условиям на стенках и вращению сосуда делают её одним из важнейших инструментов исследования сверхтекучего состояния.

В конкретных приложениях применение методов спиновой динамики сводится к исследованию долгоживущих, по масштабам сверхтекучего ^3He , мод прецессии намагниченности. Часто оказывается, что даже качественная информация - наличие той или иной долгоживущей моды - представляет значительную ценность; например, для идентификации сверхтекучей фазы. Очень существенной характеристикой является динамика релаксации намагниченности; в последнее время интерес к этим явлениям особенно возрос в связи с исследованием однородного прецессирующего домена в $^3\text{He-B}$, /I/.

Изучение долгоживущих мод, проведённое в диссертации, показывает, что динамика намагниченности в $^3\text{He-B}$ может сопровождаться явлениями характерными для нелинейной физики: тракторных режимов, зон неустойчивости, хаотических режимов, солитонно-подобных возмущений. Интерес к исследованиям в этом направлении сейчас сильно стимулирован открытием катастрофической релаксации - аномально быстрой релаксации намагниченности в узкой области сверхнизких температур, в которой внешнее поле и молекулярное поле Ландау оказываются сравнимыми по величине и возникает резонанс между ларморовской прецессией и прецессией относительно поля Ландау, /II/. Повидимому, роль методов нелинейной физики в исследовании динамики сверхтекучего ^3He будет возрастать.

Основные направления. В диссертации содержатся результаты исследования динамики намагниченности в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ в умеренных магнитных полях, т.е. достаточно слабых чтобы пренебречь деформацией щели параметра порядка. В полях такой величины производится большинство экспериментов по импульсному ЯМР и релаксации намагниченности в выключенном поле. Характерной чертой этих режимов является наличие долгоживущих мод прецессии намагниченности, исследование которых позволяет получить информацию о конфигурации щели и параметра порядка и характере релаксации намагниченности. В представленной диссертации приведены результаты, относящиеся к перечисленному кругу вопросов и позволяющие получить качественный /топологический/ анализ спиновой динамики и завершить его численным моделированием на ЭВМ. Исследованы текстурно-спиновые волны распространяющиеся на фоне пристеночной моды звона намагниченности в выключенном поле, и рассмотрена возможность их применения для детектирования второго звука.

Научная ценность и новизна. Оригинальные результаты, представленные в диссертации, могут быть кратко сформулированы следующим образом:

- разработан новый метод анализа спиновой динамики $^3\text{He-B}$ в рамках модели Леггетта-Такаги.
- дан полный анализ релаксационной динамики намагниченности в нулевом поле и найден листовый аттрактор.
- дано объяснение явления пороговых полей в экспериментах по нелинейному звону намагниченности.
- найдены новые долгоживущие моды.
- найден режим накачки внешним полем, который характеризуется хаотическим движением намагниченности в рамках модели Леггетта-Такаги.
- исследовано влияние пространственных неоднородностей на пристеночную моду и показано, что они могут приводить к возникновению текстурно-спиновых волн с аномально малой скоростью распространения, что находится в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными.

- исследована возможность применения текстурно-спиновых волн для детектирования второго звука в $^3\text{He-B}$.

Все основные результаты диссертации опубликованы в работах [2-4], совокупность которых представляет новое направление в этой области науки.

Результаты диссертации использовались при чтении курса лекций по спиновой динамике на факультете физики и астрономии Северо-западного университета, Эванстон /США/ и на механико-математическом факультете Московского Государственного Университета.

Апробация работы. Диссертация содержит результаты 8 работ, опубликованных в России и за границей. Работы докладывались на теоретических семинарах ИЖИ РАН, ИТФ РАН, ФИ РАН, механико-математического факультета Московского Государственного Университета, физического факультета Стэнфордского Университета /США/, физического факультета Иллинойского Университета /США/, Лаборатории физики низких температур Хельсинкского Технологического Университета /Финляндия/, физического факультета Манчестерского Университета /Англия/, Всесоюзной конференции по неклассическим кристаллам /Армения, 1984, 1986/. Достаточно широкий круг результатов, помещенных в диссертацию, содержится в обзоре [10].

Основные результаты настоящей диссертации получены на механико-математическом факультете Московского Государственного Университета, частично в соавторстве с А.А. Леманом, Г.А. Фокиным и Е.И. Кацем.

I. Гидродинамическое приближение спиновой динамики $^3\text{He-B}$

Спиновая динамика сверхтекучего ^3He оперирует большим массивом динамических переменных - вектором спина и матрицей параметра порядка, что создаёт значительные трудности как для качественного анализа её решений, так и для численного моделирования, поскольку для получения результатов последнего следует структурировать выходные данные: непосредственное одновременное наблюдение динамики спина и параметра порядка, обычно, крайне затруднительно. Разработанный в диссертации метод окон ориентирован прежде всего на нужды численного моделирования. В основе его лежит наблюдение, /2-4/, что пространство динамических переменных спиновой динамики можно спроектировать на 3-х мерное пространство специальным образом подобранных динамических переменных, имеющих ясный физический смысл и позволяющих получить качественную, т.е. топологическую, картину совокупности решений и структурировать выходные данные для численного моделирования в удобной для восприятия форме, т.е. визуализировать их. В соответствии с различием в динамике системы метод окон имеет две модификации: для релаксации намагниченности в нулевом поле и для прецессии в ненулевом. Последний случай соответствует, в частности, ситуации импульсного ЯМР.

I.1 Гамильтонова структура уравнений Леггетта-Такага

В дальнейшем рассматривается гидродинамический режим частот ω , т.е. $\omega\tau$, где τ - время релаксации квазичастиц на поверхности Ферми; в этом случае имеет место локальное равновесие между нормальной и сверхтекучей компонентами, и система может быть описана полным спином \vec{S} и параметром порядка A . Вообще говоря, система может быть не однородна по пространству с характерным расстоянием $L \gg \xi$, где ξ - длина когерентности, так что параметр порядка и спин являются

ся функциями пространственных координат и времени, \vec{r} и t .

Модель Леггетта-Такаги, /11/, двухжидкостной спиновой динамики позволяет записать уравнения движения в гидродинамическом приближении в виде гамильтоновой системы с диссипацией. Гамильтонова структура задаётся одновременными скобками Пуассона для спина и параметра порядка:

$$\{S_i(t, \vec{r}_1); S_j(t, \vec{r}_2)\} = \epsilon_{ijk} S_k(t, \vec{r}_1) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (1)$$

$$\{S_i(t, \vec{r}_1); A_{jm}(t, \vec{r}_2)\} = \epsilon_{ijk} A_{km}(t, \vec{r}_1) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\{A_{ij}(t, \vec{r}_1), A_{km}(t, \vec{r}_2)\} = 0$$

Всюду повторяющиеся импульсы означают суммирование. Плотность функции Гамильтона имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{\gamma^2}{2\chi} \vec{S}^2 - \gamma \vec{H} \cdot \vec{S} + U_D(A)$$

$$+ \kappa_1 \partial_i A_{jk} \partial_i A_{jk}^* + \kappa_2 \partial_i A_{jk} \partial_k A_{ji}^* + \kappa_3 \partial_i A_{ji} \partial_k A_{jk}^*$$

где \vec{H} - внешнее магнитное поле, $U_D(A)$ - дипольная энергия

$$U_D(A) = g_D (A_{ii} A_{jj}^* + A_{ij} A_{ji} - \frac{2}{3} A_{ij} A_{ij}^*)$$

γ, χ - гиромангнитное отношение и восприимчивость. Как обычно, уравнения движения имеют вид, /12/,

$$\partial_t X = \int \{X; \mathcal{H}\} d^3 \vec{r} + D_X$$

где X - динамическая переменная, D_X - соответствующая диссипативная сила.

Для $^3\text{He-B}$ указанные выше уравнения принимают более специальный вид. Существенно, что параметр порядка для $^3\text{He-B}$ имеет вид, /II/,

$$A = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} e^{i\varphi} R$$

где Δ - константа, R - матрица трехмерного поворота вокруг оси \vec{n} на угол ϑ . Имеют место следующие формулы для матричных элементов

$$R_{ij} = \delta_{ij} \cos \vartheta + (1 - \cos \vartheta) n_i n_j - \epsilon_{ijk} n_k \sin \vartheta$$

В переменных \vec{n}, ϑ скобки Пуассона принимают вид

$$\{s_i(t, \vec{r}_1); \vartheta(t, \vec{r}_2)\} = -\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) n_i(t, \vec{r}_1)$$

$$\{s_i(t, \vec{r}_1); n_j(t, \vec{r}_2)\} = \frac{1}{2} \text{ctg} \frac{\vartheta}{2} (n_i - \delta_{ij}) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} n_k(t, \vec{r}_1) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Во многих важных случаях можно пренебречь пространственными неоднородностями, спиновыми токами и т.п. /важный частный случай, когда эти явления существенно рассмотрены в разделе 5/. Уравнения Леггетта-Такаги при этом существенно упрощаются. Удобно перейти к безразмерным величинам

$$\vec{S}_r = \gamma^2 \chi^{-1} \Omega^{-1} \vec{S}, \quad \vec{H}_r = \Omega^{-1} \gamma \vec{H}, \quad t_r = \Omega t$$

индекс r будет всюду опущен. Если положить Ω равной леггеттовской частоте

$$\Omega = \sqrt{\frac{15}{8}} \gamma^2 \chi^{-1} g_D,$$

то уравнения движения для \vec{S}, \vec{n} и ϑ примут вид

$$\dot{\vec{S}} = \vec{S} \times \vec{H} + \frac{16}{15} \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right) \vec{n} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{n}} = & \frac{1}{2} (\vec{S} - \vec{H}) \times \vec{n} + \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} (\vec{S} - \vec{H}) \\ & - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} [(\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{n}] \vec{n} \end{aligned}$$

$$\dot{\vartheta} = (\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{n} + \frac{16}{15} \left(\frac{\Gamma_{\parallel}}{\Omega} \right) \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right)$$

где Γ_{\parallel} - ширина линий продольного ЛМР. Существенно, что по порядку величин

$$\frac{\Gamma_{\parallel}}{\Omega} \ll 0,1$$

Если внешнее поле отсутствует, то уравнения (2) без учёта диссипации имеют интеграл движения, /13/,

$$\vec{J} = \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \left[\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} (\vec{S} \times \vec{n}) - \vec{S} + (\vec{S} \cdot \vec{n}) \vec{n} \right] \quad (3)$$

В присутствии внешнего поля интегралом движения будет скалярное произведение $\vec{J} \cdot \vec{H}$.

1.2 Релаксация в выключенном поле

Эксперименты по релаксации намагниченности в выключенном магнитном поле позволяют выяснить роль дипольной энергии и механизма релаксации Леггетта-Такаги, /14/. Типичная экспериментальная ситуация состоит в следующем: образец $^3\text{He-B}$ помещается в постоянное магнитное поле, система даёт время прийти в состояние равновесия, после чего внешнее поле резко, т.е. в течение времени много меньшего, чем характерное время релаксации, выключают. В результате этого равновесие системы на-

рушается и спин и параметр порядка начинают двигаться в отсутствие поля, или как прямо говорить в нулевом поле. Диссипативные эффекты в этих экспериментах очень существенны /именно с помощью экспериментов такого типа был изучен механизм релаксации Лэггетта-Такаги, /14/ /, и поэтому для их описания необходимо учитывать диссипативные члены в уравнениях движения. В том же, что касается пренебрежения пространственными неоднородностями, то во многих экспериментально важных случаях, например, при исследовании пристеночной моды, оно вполне оправдано, как показывает прекрасное совпадение расчётов, выполненных в пространственно однородном приближении, с экспериментальными данными, /14/.

Для полного исследования релаксации в выключенном поле в работах /2-3/ было построено окно с помощью переменных

$$\vartheta, \quad S_{\parallel} = \vec{S} \cdot \vec{n}, \quad S_{\perp} = \sqrt{S^2 - S_{\parallel}^2}$$

Легко видеть, что S_{\parallel} и S_{\perp} - компоненты спина с точки зрения наблюдателя, жестко связанного с куперовской парой. Для них имеют место скобки Пуассона

$$\{S_{\parallel}; \vartheta\} = -1, \quad \{S_{\perp}; \vartheta\} = 0, \quad \{S_{\perp}; S_{\parallel}\} = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} \cdot S_{\perp}, \quad (4)$$

из которых следуют уравнения движения

$$\dot{\vartheta} S_{\parallel} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} S_{\perp}^2 + \frac{16}{15} \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right) \quad (5)$$

$$\dot{S}_{\perp} = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} \cdot S_{\parallel} S_{\perp}$$

$$\dot{S}_{\parallel} = S_{\perp} + \frac{16}{15} \frac{\Gamma_{\parallel}}{\Omega} \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right)$$

т.е. имеет место редукция полной системы (2), в отсутствие внешнего поля, к трём уравнениям (5). В случае присутствия внешнего поля редукция уравнений Лэггетта-Такаги (2) к систе-

ме 5 уравнений была указана С.П. Новиковым, /15/. Ранее редукция лагранжовой системы для задачи \mathcal{H} -поля была получена Полмайером, /16/; суть его метода состоит в том, что выводится система уравнений для инвариантов группы симметрии исходных уравнений. В этом отношении уравнения (5) можно рассматривать как полмайеровскую редукцию системы (2), которая допускает $SO(3)$ -симметрию, а $\mathcal{J}, S_{\parallel}, S_{\perp}$ - $SO(3)$ -инварианты. Однако, соответствие редукции Новикова и редукции, заданной скобками Пуассона (4) состоит в том, что они являются гамильтоновыми, т.е. в исходной алгебре Пуассона выделяется подалгебра, которая и порождает уравнения редукции. Заметим, что полученные уравнения - системы редукции - являются точным следствием исходной системы (2), и не используют каких-либо аппроксимаций; в частности, диссипативный член в уравнении для \mathcal{J} в системе (5) возникает из соответствующего уравнения системы (2).

Уравнения (5) допускают качественный анализ совокупности их решений /см. Рис. I/. Полезно иметь в виду, что имеет место симметрия $\vec{k} \rightarrow -\vec{k}, \mathcal{J} \rightarrow 2\pi - \mathcal{J}$, вытекающая из параметризации матриц поворотов с помощью угла \mathcal{J} и оси \vec{k} . Существенной чертой является наличие аттрактора, для описания которого необходимо выделить три областизначений спина в начальный момент включения внешнего поля, S_0 . В качестве характерного размера следует взять дипольное поле H_D , которому по порядку величин соответствует спин с $S_{\parallel} = 0$ и S_{\perp} равной ординате точки P на аттракторе - пересечении неустойчивого стационарного решения $S_{\parallel} = 0, \mathcal{J} = \pi$ с аттрактором. "Ноги" аттрактора находятся в области $S_0 < H_D$ и с хорошей точностью описываются стационарным решением, соответствующим пристационарной /в дальнейшем будем называть её WP-модой. Уравнения для WP-моды удобно задать с помощью вектора \vec{J} /см. уравнение (3) /

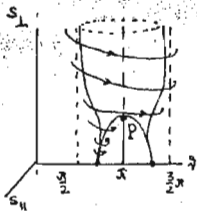


Рис. I

$$\vec{J} \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{S} \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{J} \cdot \vec{S} = \text{const},$$

$$\vec{J}^2 + \frac{64}{15} \sin^4 \frac{\vartheta}{2} (\cos \vartheta + \frac{1}{4}) = 0$$

$$\vec{S} = -\vec{J} - \frac{1}{2} (\vec{S} \times \vec{n})$$

причём вектора \vec{S} и \vec{n} вращаются вокруг \vec{J} с постоянной угловой скоростью

$$\vec{\omega} = -\frac{1}{2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \vec{J}$$

С очень хорошей точностью для ω выполняется уравнение, найденное Бринкманом, /17/,

$$\omega = \sqrt{0.4} \gamma H$$

где H - выключенное внешнее поле.

При $S_0 \gg H_D$ имеет место листовый аттрактор, заданный уравнениями /3/

$$S_{II}^2 + S_I^2 \cos \vartheta = 0$$

и условием на угол параметра порядка $\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{3}{2}\pi$. В области $S_0 \sim H_D$ поведению аттрактора можно усмотреть посредством численного моделирования, рассматривая большое число траекторий системы. Точка ущемления P является особой и, как будет изложено ниже существенно для понимания пороговых полей.

Траектории системы притягиваются к аттрактору с характерным временем порядка Γ^{-1} , что объясняет его название. Таким образом, верхняя часть аттрактора, где начальное значение спина велико, $S_0 \gg H_D$, соответствует нелинейному звуку намагниченности; нижняя - режиму WP-моды. И тот, и другой режим наблюдались экспериментально, /14/; мы видим, что, во всяком случае в пространственно однородном режиме, модель Лэггетта-Гахаги других режимов релаксации намагниченности не содержит, /см. раздел 2 по поводу релаксации для пороговых полей в связи с релаксацией из области $S_0 \sim H_D$ /.

В заключение отметим, что диссипация Лэггетта-Танаги приводит к динамике намагниченности в выключенном поле, очень сильно отличающейся от бездиссипативной /точное решение уравнений Лэггетта в выключенном поле и в отсутствии диссипации было получено Маки и Эбисавы/18/ /; в отсутствие диссипации с одной стороны нет аттракторного режима в области намагниченности много больше дипольного поля, $S_0 \gg H_0$, с другой имеется нефизическая мода, соответствующая стационарному решению $S_0 = 0$, $\dot{\vartheta} = \dot{\varphi}$ и S_1 выше точки ущемления P .

I.3 Прецессия намагниченности во внешнем поле

Исследование спиновой динамики во внешнем поле прежде всего связано с экспериментами по импульсному ЯМР. Теоретический анализ здесь связан с задачами, не допускающими полную интегрируемость и исследование которых часто требует применения численного моделирования. В этом отношении оказывается полезным метод окон, разработанный в /5/ применительно к условиям ЯМР экспериментов, для которых внешнее постоянное поле много больше дипольного; например, 300 Гс - внешнее поле и 30 Гс - дипольное поле при температурах достаточно далеких от T_c . Поэтому роль дипольных членов, и тем более диссипативных, которые на порядок меньше дипольных, падает по сравнению с магнитными, в силу чего возрастает роль асимптотических разложений. Асимптотическую теорию импульсного ЯМР разработал И.А. Фомин, /19/. При численном моделировании малость релаксационных членов оказывается также весьма полезна тем, что позволяет провести предварительный качественный анализ.

Построение окна для импульсного ЯМР проводится в духе полмайеровской редукции, /16/, для чего рассматривается скаляр

$$F_1 = \dot{\vartheta}, F_2 = \vec{H} \cdot \vec{n}, F_3 = (\vec{r} - \vec{H}) \cdot \vec{H}, F_4 = (\vec{s} - \vec{H})^2, F_5 = (\vec{s} \times \vec{H}) \cdot \vec{H}, F_6 = \vec{s} \cdot \vec{n}$$

для которых из уравнений (2) /без учета диссипации/ выносятся уравнения движения

$$F_i = R_i(F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6), \quad i=1, \dots, 6$$

Если приравнять нулю правые части данных уравнений, то получатся уравнения движения, при которых спицы и параметр порядка движутся как целое, образуя жесткую конфигурацию, поэтому эти движения можно назвать стационарными решениями уравнений Лэггетта /стоит вспомнить, что диссипативные члены были проигнорированы/. Таким образом уравнения стационарных решений, при наличии внешнего поля имеют вид

$$R_i(F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6) = 0, \quad (i=1, \dots, 6)$$

где R_i - правые части уравнений движения для скаляров. Впервые стационарные решения для уравнений Лэггетта были полностью перечислены, и что особенно важно, с исследованием устойчивости И.А. Томпкин, /20/. В обозначениях работы /5/ уравнения стационарных решений имеют вид:

/А/ устойчивые решения, /20/, /21/.

$$/1/ \quad |\vec{H}| = |\vec{S}|, \quad (\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{n} = 0, \quad \vartheta = \arccos(-1/4),$$

$$(\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{H} = -2 \sin^2(\vartheta/2) [\vec{H}^2 - (\vec{H} \cdot \vec{H})^2]^{1/2};$$

$$/2/ \quad (\vec{S} - \vec{H})^2 = [\vec{H} \cdot (\vec{S} - \vec{H})]^2 [\vec{H} \cdot \sin(\vartheta/2)]^{-2}, \quad \vec{H} \cdot \vec{n} = 0,$$

$$\arccos(-1/4) \leq \vartheta \leq 2\pi - \arccos(-1/4),$$

$$(\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{H} = -H^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{64}{15} H^{-2} \left(\cos \frac{\vartheta}{4} \right) \right]^{1/2} \right\};$$

$$/3/ \quad \vec{S} = \vec{H}, \quad \vec{n} = \text{const}, \quad \vartheta = \arccos(-1/4);$$

/В/ неустойчивые решения

$$/1/ \quad \vartheta < \arccos(-1/4), \quad \vartheta > 2\pi - \arccos(-1/4)$$

уравнения для $\vec{H} \cdot \vec{n}$, $(\vec{S} - \vec{H})^2$, $(\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{H}$ те же, что для устойчивого решения А.2

$$/2/ \quad \vartheta = \pi, \quad (\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{H} \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{S} \parallel \vec{H};$$

$$/3/ \quad \vartheta = \pi, \quad (\vec{S} - \vec{H}) \cdot \vec{n} = 0,$$

$$\vec{S} \cdot \vec{H} = 2(\vec{H} \cdot \vec{n})^2 - 2H^2; \quad (\vec{S} - \vec{H})^2 = 4H^2 - 4(\vec{H} \cdot \vec{n})^2;$$

$$/4/ \quad \vartheta = \pi, \quad \vec{H} = \vec{S}, \quad \vec{n} = \text{const.}$$

Очень существенно, что вышеприведенные уравнения можно разбить на две группы: в первую входят уравнения, зависящие только от ϑ , $\vec{H} \cdot \vec{n}$, H^2 , $\vec{S} \cdot \vec{H}$, а во вторую - все остальные. Таким образом, вся совокупность стационарных решений может быть визуализирована в трёх-мерном окне, похожем на конфигурационное пространство обычной механики.

Как уже отмечалось, в ситуации ЯМР эксперимента диссипативные члены теории Леггетта-Такаги достаточно малы и могут рассматриваться как возмущение, а стационарные решения, приведенные выше, как хорошее приближение к реальным решениям, полученным, например, с помощью числен. эго моделирования. Это обстоятельство позволяет использовать найденные решения как каркас для полной картины решений уравнений (2), которая весьма сложна, но для которой, тем не менее, удаётся получить информацию, полезную для понимания эксперимента.

2. Пороговые внешние поля

Явление пороговых полей было впервые обнаружено в работе /14/, в которой было замечено, что при повышении величин выключаемых полей в экспериментах по релаксации намагниченности в нулевом поле имеет место порог, по достижении которого сигнал WR -моды пропадает. По прохождении порога сигнал опять появляется на частоте отличной от частоты WR -моды. После-пороговая мода получила название нелинейного звона намагниченности, а пороговые поля для релаксации в выключенном поле - полями экстинкции.

Причину появления полей экстинкции можно уяснить себе следующим образом. Предположим, что в начальный момент образец $^3\text{He-B}$ находится в достаточно однородном состоянии по пространству. Последнее утверждение представляется достаточно обоснованным, поскольку выше и ниже порога наблюдается когерентный сигнал в хорошем согласии с теорией, основанной на пространственно однородном приближении. Пусть выключаемое поле таково, что траектория системы попадет достаточно близко к точке ущемления P , которая, как отмечалось выше, является положением неустойчивого равновесия. Вспомним, что в действительности, образец не являясь вполне пространственно однородным, и поэтому речь идет не об одной траектории, а о тонком пучке траекторий. Когда пучок попадет в окрестность точки P , часть траекторий окажется ближе к P , а часть дальше. Соответственно, некоторые траектории уйдут от P быстрее, а некоторые пробудут там дольше. В результате весь пучок разойдется, произойдет пространственная расфазировка прецессии намагниченности, когерентное состояние системы разрушится, и никакого сигнала принять не удастся.

Приведенную качественную картину можно использовать для целей численного моделирования: порогу будут соответствовать те значения исходной намагниченности, для которых траектория попадает достаточно близко к точке ущемления аттрактора P . В работе такое моделирование было проделано для начальных данных $S_{||} = 0$ и $S_{||} \neq 0$, угол $\vartheta = \arccos(-1/4)$, что соответствует равновесному состоянию. Случай $S_{||} \neq 0$ соответствует экспериментальной ситуации $^3\text{He-B}$, заключенного между параллельными пластинками; для того чтобы приблизиться к реальному эксперименту угол между \vec{S} и \vec{k} в начальный момент был взят $\arccos(1/\sqrt{3})$, что соответствует равновесной текстуре в пластинках. Результаты вычислений показаны на Рис. 2. Непрерывная линия соответствует численному моделированию, /5/.

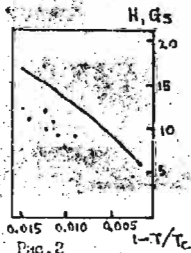


Рис. 2

Возвращаясь к разделу I.2 можно заключить, что динамика релаксации намагниченности в выключенном поле устроена следующим образом:

1. при $S_0 < H_D$ имеет место WP -мода;
2. при $S_0 \gg H_D$ листовая аттрактор;
3. в пороговой области полей экстинкции $S_0 \sim H_D$ расфазировка и отсутствие сигнала.

Пороговый эффект в ситуации импульсного ЯМР был найден в работе [22], [23]. Образец ^3He -В помещался между параллельных пластинок, внешнее магнитное поле прикладывалось параллельно пластинкам. Сигнал индукции был зарегистрирован (или нет) в зависимости от продолжительности радиочастотного импульса: была найдена пороговая длительность, выше которой сигнал индукции не наблюдался. Численное моделирование с использованием окна раздела I.3 показывает, что имеет место следующее поведение системы. Если длительность радиочастотного импульса более порогового, то система выходит на конфигурацию стационарного решения А.1 /мода Бринкмана-Смита, или ES -мода/, и продолжает эволюционировать на этой моде с термоворской частотой χH . Если длительность радиочастотного импульса меньше порогового, то после его прекращения система релаксирует к решению, соответствующему значению $\vec{S} \parallel \vec{P}$, $\vartheta = \arccos(-1/4)$. Численное моделирование также показывает,

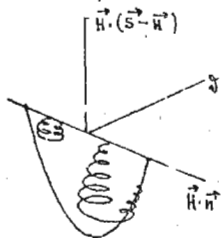


Рис.3

что для длительностей радиочастотного импульса меньше порогового имеет место неустойчивость, т.е. две траектории первоначально близкие к друг другу и сближающиеся такими в течении радиочастотного импульса, имеют тенденцию расходиться после его прекращения. Это рассеяние первоначально близких переменных достигает для данной работы [23] 10%.

Таким образом, можно прийти к заключению, что пороговые поля /включаемое внешнее поле и длительность радио астоного импульса в ЛМР экспериментах/ связаны с разрушением пространственно однородной конфигурации спина и параметра порядка. Повидимому, в результате может произойти пространственная хаотизация системы и своего рода слабая спиновая турбулентность. Учитывая, что уравнения Лэггетта-Такаги вблизи T_c соответствуют области Гинзбурга-Ландау, можно предположить, что приближение слабой турбулентности, которое, как показано в работе /24/, описывает хаотические режимы для уравнения нелинейного Шредингера, применимо также для пороговых режимов в $^3\text{He-B}$.

3. Хаотическая динамика в режиме внешней накачки

Хаотическая динамика в сверхтокущем ^3He вызывает интерес по силу нескольких причин. Во-первых, предоставляет возможность использовать усложненную природу уравнений Лэггетта-Такаги для позика новых стохастических задач, имеющих отношение к реальной физической ситуации в сверхтокущем ^3He ; к этому направлению принадлежит большинство работ по хаотическому движению в ^3He . В последнее время появились новые идеи, связывающие катастрофическую релаксацию в $^3\text{He-B}$ при сверхнизких температурах с возможным мягким хаосом /диффузией Арнольда/ в двухдискретной спиновой динамике, /25/. Возможно, катастрофическая релаксация связана с переходом системы в режим опиковой турбулентности, соответствующей хаотическому второму звуку, поскольку, как показано в /1/, при этом имеет место резонанс между движениями сверхтокущей и нормальной компонент намагниченности.

Результаты раздела I указывают, что возможно также возникновение стохастического поведения благодаря наличию неустойчивостей. В простейшем случае можно воспользоваться продольной конфигурацией, в которой спин движется параллельно приложенному внешнему полю. Уравнения Лэггетта-Такаги при этом имеют вид

$$\ddot{\vartheta} = \frac{6}{15} \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right) - \frac{4}{15} \times \left[\cos \vartheta + 4 \cos 2\vartheta \right] = -\omega_L \omega \cos \vartheta$$

где ϑ - угол параметра порядка для $^3\text{He-B}$, /11/. Это уравнение нелинейного маятника с внешним возбуждением, создаваемым внешним полем - накачкой, которое было хорошо изучено в связи с общими вопросами хаотического поведения, /26/, /27/. В работе /27/ оно исследовалось применительно к хаотической динамике намагниченности в сверхтекучем ^3He . В литературе высказывались сомнения, /28/, что указанная конфигурация спина и параметра порядка может быть использована в реальном эксперименте, поскольку, как было показано /28/, она не устойчива по отношению к возмущениям.

В работе /4/ рассмотрена не параллельная конфигурация спина и параметра порядка, в которой хаотическое поведение связывается с существованием точки ущемления аттрактора и соответствующей областью неустойчивости. В /4/ проводилось численное моделирование хаотического режима с использованием окна для выключенного поля с целью нахождения подходящих начальных данных и частоты накачки. Было показано, что если значения параметра порядка и спина выбрать так, что система в отсутствие накачки находится вблизи точки ущемления, а внешнее поле накачки в свою очередь по частоте близко к леггеттовской и по амплитуде сравнимо с дипольным, то имеет место хаотический режим. Для выявления хаотического поведения использовалась гистограмма /результаты представлены на Рис.4/. Гистограмма



Рис. 4

показывает распределение по расстояниям 121 точек, первоначально образованных прямоугольной решеткой на плоскости $S_x - S_y$, по прошествии 10 мсек. По абсциссе отложено расстояние, по оси ординат число пар точек, разойдясь на заданное расстояние.

гистограммы для произвольного выбора нач. точек имеют такой же вид.

Следует обратить внимание на то, что хаотический режим, изучавшийся в рамках простейшего одномерного приближения, может приводить к различным пространственным неоднородностям, которые потребуют учета градиентных чисел теории Лангетта-Такаги, и пространственно-однородное приближение будет нарушено. По мере численного моделирования, проведенное в рамках пространственно-однородного приближения, является лишь только указанием на возможность реального хаотического режима. Численное исследование здесь требует последовательного подхода современной гидродинамики, например, её вариант, разработанный в [29].

4. Новые долгоживущие моды

В экспериментальных исследованиях спиновой динамики сверхтекучего ^3He , и в особенности, долгоживущих мод, большую роль сыграла работа [30], в которой наблюдались моды Гринманна-Смита, [21], [31]. В течении длительного времени моделировался предпологалось, что устойчивые моды, соударявшиеся с равновесием, исчерпывают весь запас долгоживущих мод, которых можно возбудить в условиях импульсного ЯМР. В работе [9] было показано, что модель Лангетта-Такаги, рассматриваемая в пространственно-однородном приближении, допускает также существование других долгоживущих мод, имеющих природу аттрактора, порождённого взаимодействием нелинейных и диссипативных эффектов спиновой динамики. Эти моды могут обнаружиться в экспериментах по ЯМР близких к экспериментам [30], но для других значений магнитного поля и начальных конфигураций спина и параметра порядка.

В экспериментах работы [30] образец $^3\text{He-B}$ помещался во внешнее магнитное поле и радиочастотный импульс действовал в течение времени τ . После того как радиочастотное поле было выключено, намагниченность и параметр порядка продолжали двигаться в постоянном поле H , а сигнал свободной индукции был зарегистрирован на частоте

$$\omega = \omega_L - \frac{16}{15} \frac{\Omega^2}{\omega_L} \left(\cos \varphi_{tip} + \frac{1}{4} \right)$$

здесь Ω - лэггатовская частота, ω_L - ларморовская частота, φ_{tip} - угол отклонения спина от направления внешнего постоянного поля. В экспериментах /30/ было найдено хорошее согласие с вышеуказанной формулой, если продолжительность радиочастотного импульса соответствует углу отклонения φ_{tip} менее 120° . Для более длинных импульсов, с углом отклонения более 140° , согласие между теорией и экспериментом не удовлетворительное. Численное моделирование, /32/, указывает на то, что это явление связано с динамикой радиочастотного импульса; для достаточно коротких импульсов, с углом отклонения менее $120-140^\circ$, траектория, рассматриваемая в окне раздела 1.3, идёт вдоль стационарного решения - БС-моды, однако при больших углах отклонения поведение системы более сложное, имеет место возвратный ход траектории системы, и, по-видимому, динамика намагниченности не может быть полностью объяснена в рамках простой теории, не использующей пространственные неоднородности.

Результаты, полученные в /3/, показывают, что первоначальная конфигурация спина и параметра поперёк, которые в значительной степени определяются геометрией и размерами образца, также важны для режима спиновой динамики, которая приводит к долгоживущей моде. Проведённые в /9/ вычисления указывают, что ориентация вектора \vec{n} - оси параметра поперёк и внешнего поля \vec{H} в первоначальный момент времени - величины радиочастотного поля - качественно определяют дальнейшую динамику системы. В экспериментах /30/ векторы \vec{n} и \vec{H} были почти параллельны, т.к. внешние поля были велики 750 и 1076 Га при температуре $T/T_c = 0.743$, что приводило к тому, что ориентационная энергия

$$\Delta F \sim - \gamma_D \left(\frac{\mu}{\Delta} \right)^2 (\vec{n} \cdot \vec{n})^2$$

доминировала до начала действия радиочастотного импульса. После

параллельная конфигурация \vec{H} и \vec{n} в начальный момент приводит к тому, что достаточно короткий радиочастотный импульс с умеренной амплитуды, 3 - 7 ϕ e, ведёт траекторию системы вдоль решетки - моды Бринкмана-Смита /см. Рис. 5/. Если же угол между \vec{H} и \vec{n} в начальный момент каким-либо образом сделать разным 90° , то моду Бринкмана-Смита вовсе не удастся получить /в численном моделировании/. Следует иметь в виду, что ориентация \vec{H}

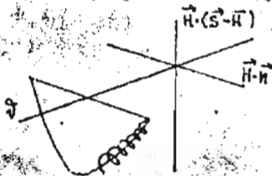


Рис. 5

и \vec{n} сильно зависит от внешних условий: сверхтекучего тока, вращения сосуда и т.д.; соответственно будет меняться начальная конфигурация, динамика радиочастотного импульса, и поведение системы по его прекращении. В силу вышесказанного представляет интерес рассмотрение динамики в условиях сильно

сближающихся с экспериментами работы /30/.

В работе /9/ проводилось численное моделирование для температур и прелей, соответствующих условиям работы /30/, но для конфигурации \vec{n} перпендикулярно \vec{H} . Оказалось, что после выключения радиочастотного импульса, за время порядка 1 мсек система выходит в режим долгоживущей моды, со временем жизни порядка 10 мсек, имющей характер аттрактора, в том смысле, что траектории с начальными условиями достаточно близкими к характерным, притягиваются к ней.

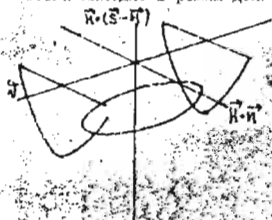


Рис. 6

В осях переменных $\vec{H} \cdot \vec{n}$, $\vec{H} \cdot (\vec{S} - \vec{n})$ виден как почти периодическое движение с орбитой, асимптотически сближающейся замкнутой линией, медленно дрейфующей по

направление к плоскости $\vec{H} \cdot \vec{n}$. Эта моды имеет микроструктуру

ру: в системе координат, жестко связанной со спином, конец вейлора \vec{h} движется в плоскости, образующей постоянный угол с направлением спина. Примечательно, что это свойство, очень полезное для численного определения приближенной системы на аттрактор аналитично тому, что имеет место для аттрактора системы движущейся в нулевом поле, /4/, /35/.

В заключение следует заметить, что значение долгоживущей моды, найденной в /9/ состоит в том, что спиновая динамика $^3\text{He-B}$ содержит значительно больший запас долгоживущих мод, чем совокупность стационарных решений /устойчивых/ уравнений Ланггета-Такаки. Повидимому, в целом ряде случаев можно ожидать появление экспериментальных ситуаций с неожиданными свойствами движения спина.

Б. Аномально-медленные текстурно-спиновые волны

Спиновые волны в сверхтекучем ^3He обычно рассматриваются на фоне равновесного состояния, пространственно однородного или в более общем случае соответствующего какой-то текстуре, т.е. образец находится в равновесном состоянии при наличии каких-то условий, и спиновые волны являются пространственными возмущениями, обычно малыми, спина и параметра порядка. Но можно также рассматривать возмущения спина и параметра порядка на фоне неравновесного стационарного состояния, например, долгоживущей моды эвона намагниченности. Повидимому, именно эта ситуация имеет место в экспериментах работы /14/, в которых изучались "распространяющиеся магнитные возмущения". РМВ.

В работе /14/ РМВ генерировались внезапным выключением магнитного поля, приложенного в малой области образца, удаленной от катушек приемника возбуждаемого сигнала. Последний был довольно слаб, что квантовый магнитометр его условить не мог. Для регистрации сигнала было использовано то обстоятельство, что сигнал ^3He -моды хорошо регистрируется, и в то же время очень чувствителен к нарушению условий необходимых для его регистрации. Для регистрации РМВ с помощью ^3He -моды, употреблялось слабое поле, несколько меньшее по величине, чем поле возбуждения РМВ; оно выключалось по прошествии времени τ после

магнитного поля, генерирующего РМВ. Если возмущение происходит во время, то конфигурация, необходимая для генерации сигнала WP-моды, оказывается разрушенной, и сигнал WP-моды не удается обнаружить. Если возмущение запаздывает, или устывает прийти через объём, в котором расположены катушки, регистрирующие сигнал WP-моды, то сигнал WP-моды регистрируется, поскольку начальная конфигурация сохранена, /14/. Таким образом, WP-мода была использована в /14/ как нуль-детектор.

Результаты /14/ показывают, что существуют две волны РМВ со временем жизни порядка 10 мсек, скоростью распространения чередка 10 см/сек. Более точно, при давлении 20,7 бар, температуре $I - T/T_c = 0,02$, остаточном поле, в котором движется РМВ, 5 Φ_e , две наблюдавшиеся моды имели скорости распространения 17 и 21 см/сек. Для сравнения, скорости обычных спинов χ волн по крайней мере на порядок больше, /33/, /34/.

Б.1. Влияние пространственных неоднородностей на WP-моду

Найдённым в /14/ РМВ можно сопоставить возмущения вблизи состояния, соответствующего WP-моды. В самом деле, внезапное уменьшение магнитного поля осуществляется катушками размером 2,4 см; весь образец имеет размер порядка 1 см. Таким образом, по выключении поля возбуждения в части образца, заключенного в катушках система приходит в состояние WP-моды в малом остаточном поле. Поскольку это состояние не является пространственно однородным из-за размеров катушек возбуждения, оно начинает ползти за пределы своего первоначального объёма. В малом масштабе оно всё же остаётся пространственно однородным и находится в состоянии WP-моды. Действительно, характерное время проползания порядка 0,1 мсек, что больше чем время, необходимое системе чтобы прийти в состояние WP-моды. Таким образом, система может оставаться в состоянии WP-моды, хотя её характеристики могут меняться от одной части к другой.

Эти рассуждения можно придать более количественный характер, если рассмотреть систему в полностью выключенном поле

и ограничиться только низко-частотными возбуждениями, распространяющимися на фоне WP-моды. Таким образом, имеется набор быстрых переменных для пространственно однородного режима и другой - для пространственных возмущений на фоне долгоживущей моды. Выбор подходящей предсталиции для медленных переменных и производя срединные по быстрым переменным, мы можем подвести уравнения для медленных мод. Указанное ограничение возможно: медленные и быстрые частоты разного порядка величины.

Для описания медленных мод можно воспользоваться вектором \vec{J} /см. уравнение 3/. Существование, что WP-мода не полностью определяется /см. раздел 1.2/. Уравнение движения для \vec{J} с учетом пространственных неоднородностей и диссипации Ландау-Такаги имеет вид

$$\dot{\vec{J}} = \alpha \times \{ \vec{J}, \mathcal{H}_V \} + \vec{F}_D$$

где последний член, \vec{F}_D , соответствует релаксации Ландау-Такаги, \mathcal{H}_V - гамильтониан энергии. Скобки Пуассона $\{ \vec{J}, \mathcal{H}_V \}$ где \mathcal{H}_V пространственно однородная плотность энергии системы, равна нулю, поскольку \vec{J} инвариант движения для пространственно однородной части системы. Уравнение для \vec{J} можно усреднить по движению WP-моды; соответствующие функциональные движения получены в /7/.

Для иллюстрации физической картины /см. Рис. 7/ рассмотрим частицы, но очень важно, только когда вектор \vec{J} совершает малые осцилляции около направления \hat{z} , нормального к волновому вектору, распространяющегося возмущения. Осредненные уравнения в этом случае распадается на две группы: первая описывает осцилляции направления \vec{J} , вторая - распадленную прецессию намагниченности

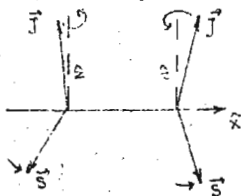


Рис. 7

вокруг \vec{J} /а соответственно со структурой WP-моды/

$$J_0 \partial_t^2 W_x = \frac{63}{64} K_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} W_y$$

$$J_0 \partial_t^2 W_y = -\frac{65}{64} K_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} W_x$$

$$\partial_t^2 \delta\psi = \frac{11}{8} K_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta\psi + \frac{7}{2} J_0 \partial_t^2 \delta\psi$$

где J_0 - среднее значение модуля вектора \vec{J} , $\delta\psi$ - расфазировка прецессии спина, W_x, W_y - координата вектора направления вектора \vec{J} . Приведённые уравнения описывают расщепление осреднённого движения на две моды: поперечную и продольную. Первая из них имеет магнитный тип, и во всяком случае, в рамках используемой аппроксимации ϵ является распространяющейся, не затухающей модой. Вторая - затухающая мода, что видно из сравнения градиентных членов с диссипативными. Для данных работы /14/ диссипативные члены на три порядка больше градиентных, таким образом, в том что касается распространения возмущения расфазировка является коротко живущей модой и ей можно пренебречь. Скорость распространения поперечной магнитной моды равна

$$v_{\perp} = \frac{65}{32} \sqrt{\frac{8}{5}} \frac{c_1^2}{8H} q^2$$

где q - волновое число, H - выключаемое поле, используемое для генерации WP-моды, v_{\parallel} - скорость продольной спиновой волны.

В качественном отношении вышеприведённые уравнения находятся в хорошем согласии с данными работы /14/, поскольку для волн порядка 0.1 см и выключаемых полей порядка 10 Oe, скорость распространения оказывается 10 см/сек. Однако, следует отметить также несогласования с результатами /14/. Во-первых получена только одна распространяющаяся мода, в то время как в /14/ найдены две моды. Во-вторых, температурная зависимость, следующая из приведённой выше формулы для скорости распростра-

нения, линейна по $I - T/T_0$, в то время как в /14/ получена зависимость вида $\sqrt{I - T/T_0}$. Возможно, что эти расхождения происходят потому, что теоретические и экспериментальные ситуации весьма далеки друг от друга; в /14/ использовались остаточное поле порядка 30% дипольного, для которых базисное решение, лежащее в основе полученной выше формулы является очень грубым приближением. Например, оно может расщепить спектр на две ветви, соответствующие двум распространяющимся модам.

Следует отметить, что подход примененный в /7/ для исследования возмущений на фоне WP-моды схож с подходом примененным в ряде работ /см. например /36/, /37/ / для исследования стационарных неравновесных состояний в гидродинамике. По сути дела он является одним из вариантов метода Линцау и Ливинга гидродинамических флуктуаций, /33/. Особенность научной в диссертации задачи состоит в последовательном разделении медленных и быстрых мод и изучении роли диссипации на поведение распространяющихся мод и мод диффузионных. Задача описания элементарных возбуждений вокруг долгоживущей моды Грисманова-Смита, без исследования роли диссипации и разделения медленных и быстрых мод была рассмотрена впервые И.А. Бонинем, /39/.

5.2 WP -мода как возможный детектор второго звука

Медленные моды имеют особый интерес в рамках общего подхода кинетической гидродинамики в связи с задачей взаимодействия звуковых возмущений со спином. В работе /8/ показано, что такое взаимодействие может быть достаточно сильным для случая рассмотренных в предыдущем разделе текуче-спиновых волн и второго звука в $^3\text{He-B}$.

Экспериментально второй звук в $^3\text{He-B}$ был обнаружен Кошкиным и Лу, /40/, вблизи T_0 под давлением 18,3 и 27,3 и 24,4 бар в отсутствие внешнего магнитного поля, на частоте 1 Гц. Так же как в этой текуче- ^4He , второй звук в чистом $^3\text{He-B}$ представляет собой распространяющийся волн температур и энтропии, при которых нормальная и сверхтекучая компоненты со-

вероят движение навстречу друг другу так, что суммарный поток вещества отсутствует в каждый момент времени, /41/. Второй звук в других фазах сверхтекучего ^3He изучался теоретически в работах /42/, /43/. В ^3He -I его обнаружить не удалось. Он был обнаружен в ^3He -AI, /44/, но следует заметить, что второй звук в ^3He -AI есть комбинация спиновой и тепловой волны, и распространение волны второго звука регистрировалось в /44/ посредством наблюдения за спиновой частью волны.

Считается, что скорость и затухание второго звука в ^3He -B получаются из двухжидкостных гидродинамических уравнений, /40/, аналогично сверхтекучему ^4He , так что для скорости имеется выражение

$$c_2^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{S^2 T}{C_V}$$

где S - энтропия на единицу массы, T - температура, C_V - теплоёмкость при постоянном объёме. Затухание дается формулой

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho c_2^3} \left[\frac{\rho_s}{\rho_n} \left[\frac{4}{3}\eta_n + \zeta_2 + \rho^2 \zeta_3 - 2\rho\zeta_1 \right] + \frac{K}{C_V} \right]$$

где η_n - сдвиговая вязкость нормальной компоненты, $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ - коэффициенты второй вязкости, K - теплопроводность. Под давлением 20 бар и температуре $T/T_c = 0,05$ ожидаемая скорость второго звука порядка $1 \text{ см}^2/\text{сек}$, что на три порядка меньше чем для сверхтекучего ^4He , и глубина проникновения порядка 1 см . В работе /40/ второй звук детектировался посредством резонансного метода и пемзовских трансдьюсеров. Резонатор, в силу указанных выше характеристик ^3He , представлял собой цилиндрическую полость диаметром $1,3 \text{ см}$ и длиной $1,9 \text{ см}$.

В работе /40/ было предложено использовать именно сильное затухание второго звука в ^3He -B и, как следствие, связанные с ним большие градиенты для детектирования посредством долгоживущих мод спиновой динамики.

Малые частоты текстурно-спиновых волн, рассмотренных в разделе 5.1, позволяют значительно упростить уравнения спиновой гидродинамики, и в частности значительно уменьшить число нелинейных членов в уравнениях. При этом низкочастотная мода второго звука оказывается зацепленной с модой расфазировки раздела 5.1, и благодаря большим пространственным градиентам вблизи трансдьюсера, вызванным сильным затуханием, приводит к генерации текстурно-спиновых волн, распространяющихся в объеме.

В работе [8] исследование взаимодействия акустических мод и текстурно-спиновых волн проводилось в рамках модели спиновой гидродинамики, предложенной в работе [29], в которой предполагается, что скорости нормальной и сверхтекучей компонент, спин, поток импульса есть величины первого порядка малости, и что взятие градиента повышает порядок малости на единицу. Гидродинамические выражения разлагаются при этом по членам третьего порядка малости, включая градиенты параметра порядка. В частности выражение для плотности энергии, выведенное в [29] имеет вид

$$\begin{aligned}
 \epsilon = & \epsilon_0(\rho, \sigma) + \frac{1}{2} \rho_n v_n^2 + \frac{1}{2} \rho_s v_s^2 + \frac{\hbar^2}{2\kappa} \vec{S}^2 + \frac{1}{2} \rho_{ijk\alpha\beta} v_{\alpha i}^s v_{\beta j}^s \\
 & - \chi \rho_n v_{\alpha i}^s (\lambda_{ijkl\alpha\beta} S_{\alpha} v_{\beta j}^s + \mu_c \epsilon_{ijk} R_{\alpha k} \partial_j S_{\alpha}) \\
 & + c_p \epsilon_{ijk} R_{\alpha k} v_{\alpha j}^s \partial_j \rho + c_s \epsilon_{ijk} R_{\alpha k} v_{\alpha i}^s \partial_j \sigma
 \end{aligned}$$

где v_n, v_s - нормальная и сверхтекучая скорости, ρ_n, ρ_s - плотности, \vec{S} - спин, $\rho_{ijk\alpha\beta}$ и т.д. - феноменологические параметры. Следует отметить, что

$$\frac{1}{2} \rho_{ijk\alpha\beta} v_{\alpha i}^s v_{\beta j}^s$$

$$v_{\alpha i}^s = -\frac{\hbar}{4m} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} R_{\beta j} \partial_c R_{\gamma j}$$

есть не что иное как обычная градиентная энергия, и тогда вводится в гамильтониан Леггетта для того чтобы учесть пространственные градиенты. Вывод выражения для плотности энергии, и других гидродинамических величин, производится в /29/, исходя из соображений симметрии при отображении времени, пространственного отражения, вращения спиновых и пространственных переменных и галилеевской инвариантности. Получающиеся уравнения имеют вид законов сохранения; для нас важнейшим из них является уравнение для спина

$$\partial_t S_\alpha + \partial_i g_{\alpha i} = F_\alpha^{dip}$$

где F_α^{dip} - источник, соответствующий дипольному торку, $g_{\alpha i}$ - поток спина, заданный формулой,

$$g_{\alpha i} = v_i^n S_\alpha + \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial (\partial_i S_\beta)} S_\gamma + \frac{\partial \epsilon}{\partial (\gamma_i R_\beta)} R_\gamma \right]$$

Уравнения движения параметра порядка имеют вид

$$\partial_t \varphi = -\frac{2m}{\hbar} (\mu + v_n^i v_s^i), \quad \partial_t R_{\alpha i} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \omega_\beta R_{\gamma i}$$

$$\omega_\alpha = h_\alpha + \frac{2m}{\hbar} v_n^i v_s^j - \frac{1}{2} R_{\alpha i} (\text{rot } \vec{V}_n)_i$$

$$h_\alpha = \frac{\partial \epsilon}{\partial S_\alpha} - \partial_i \frac{\partial \epsilon}{\partial (\partial_i S_\alpha)}$$

Уравнения спиновой динамики работы /29/ являются бездиссипативными. В работе /8/ диссипация учтена минимальным образом, посредством механизма Леггетта-Талаги. Предполагается, что все величины зависят только от одной пространственной переменной z

внешнее поле отсутствует, что соответствует теоретической картине возбуждения и распространения текстурно-спиновых волн, описанных в разделе 5.1. Звук входит в уравнения движения только в виде внешнего источника, поскольку предполагается, что система находится в режиме акустической накачки. Уравнения движения, в безразмерных переменных $\vec{S}_\alpha = Q^{-1} \chi^{-1} \vec{S}$, $t_\alpha = Q^{-1} t$, имеют вид

$$\ddot{\vartheta} = \omega_d n_\alpha + \frac{8}{15} \frac{\Gamma_0}{Q} \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right),$$

$$\ddot{\alpha}_1 n_\alpha = \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \omega_\beta n_\gamma + \frac{1}{2} \dot{\alpha}_2 \frac{\gamma}{2} n_\alpha - \frac{1}{2} \dot{\alpha}_2 \frac{\gamma}{2} \omega_\beta n_\beta n_\alpha,$$

$$\ddot{\alpha}_2 S_\alpha = -\frac{1}{2} \kappa \epsilon_{\alpha\beta\gamma} (R_{\beta\alpha} \dot{\alpha}_2 R_{\gamma\alpha})'_2 - \kappa \epsilon_{\alpha\beta\gamma} (R_{\beta\alpha} \dot{\alpha}_2 R_{\gamma\alpha})'_2$$

$$- \left[\left(v_\alpha - \frac{\gamma \hbar}{2m} S_\alpha \chi^{-1} v_\alpha \right) S_\alpha \right]'_2 + \frac{16}{15} \sin^2 \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right) n_\alpha$$

В уравнении для угла ϑ последний член соответствует релаксации Лэгготта-Такаги. В уравнении для спина первые два члена существенно те же, что и в обычных уравнениях Лэгготта-Такаги, третий член соответствует взаимному движению сверхтекучей и нормальной компонент, т.е. второму звуку. Таким образом, указанные уравнения минимальным образом учитывают взаимодействие второго звука с возмущением спина посредством члена третьего порядка /согласно схеме работы /29/ /.

Для описания взаимодействия звука с текстурно-спиной волнами в работе /6/ применяли в уравнении для вектора \vec{J} . Применяя методику, сходную с использованной в /7/, уравнения для \vec{J} можно привести к виду

$$\ddot{J}_\alpha = \frac{1}{2} (\delta_{\alpha\beta} - R_{\beta\alpha}) \dot{\alpha}_2 \dot{J}_\beta + \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \omega_\beta R_{\gamma\alpha} S_\beta + \frac{8}{15} \frac{\Gamma_0}{Q} \sin \vartheta \left(\cos \vartheta + \frac{1}{4} \right) \left[\cos \vartheta [\dot{S} \chi^{-1}]'_\alpha - \sin \vartheta \dot{S}'_\alpha \right]$$

Таким образом, вектор \vec{J} изменяется в пространстве и времени благодаря диссипации Лэггетта-Такаги, пространственным неоднородностям и взаимодействию с \vec{V}_0 и \vec{V}_n .

После осреднения по пространственно однородному режиму WP-моды получаются уравнения для флуктуаций направлений вектора \vec{J} , заданных переменными w_u, w_v , и расфазировки

$$J \partial_t^2 w_u = A_{uu} \partial_z^2 w_u + A_{uv} \partial_z^2 w_v + \frac{\sigma}{32} k w_3 u_3 \partial_z^2 \delta \psi, \quad (6)$$

$$J \partial_t^2 w_v = A_{vu} \partial_z^2 w_u + A_{vv} \partial_z^2 w_v + \frac{\sigma}{32} k w_3 v_3 \partial_z^2 \delta \psi,$$

$$\partial_t^2 \delta \psi = \frac{1}{16} (29 - 7w_3^2) k \partial_z^2 \delta \psi + \frac{1}{8} k w_3 (v_3 \partial_z^2 w_u - u_3 \partial_z^2 w_v)$$

$$- \frac{16}{25} \frac{v_3}{\Omega} J^2 \partial_t^2 \delta \psi - \frac{2}{5} J \partial_z \left[v_n - \frac{v_n}{2m} \lambda^c \rho_n v_3 \right]$$

где J - модуль среднего значения вектора \vec{J} , который меняется в пространственно однородном приближении по закону, /14/,

$$J^{-2} = J_0^{-2} + \beta t \quad (7)$$

При температуре $t = T/T_c = 0.02$ и давлении 20,7 бар, $\beta = 0,2$. Векторы $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ образуют ортонормированный репер, с вектором \vec{w} , соответствующим среднему значению направления вектора \vec{J} . Существенно, что уравнения (6) описывают малые осцилляции вектора \vec{J} около \vec{w} ; переменные w_u, w_v задают координаты проекции \vec{J}/J на плоскость ортов \vec{u} и \vec{v} , /см. Рис. 2/.

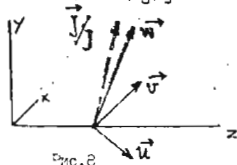


Рис. 2

Коэффициент κ - коэффициент в градиентной энергии.

Для проведения оценок встречающихся членов существенно характерное время для текстурно-спиновой волны. Его можно получить из формулы для частоты

$$J = \alpha (2\pi/\gamma H) (c_s/\lambda)^2$$

где α - порядка единицы, H - внешнее включаемое поле, c_s - скорость продольной спиновой волны, λ - длина волны. Для температуры $T - T_0 = 0,02$, давления 20,7 бар, и $H = 5$ Гб, получаем частоту текстурно-спиновой волны порядка 250 Гц, т.е. характерное время порядка нескольких мсек. Согласно уравнению (7)

J изменится за это время в два-три раза, и поскольку нас интересуют только оценки по порядку величин, этим изменением можно пренебречь. Безразмерные коэффициенты при градиентных членах в уравнении для расфазировки (6) будут порядка 10^{-5} , при диссипативных 10^{-2} .

Для оценки последнего члена убедимся прежде всего, что имеет смысл рассматривать лишь накачку вторым звуком. Действительно, для того чтобы соответствующий член в уравнении для $\delta\psi$ не был бы пренебрежимо мал, содержащийся в нём градиент должен быть достаточно велик, т.е. длина волны должна быть не более 0,1 см, но это соответствует частотам порядка 10^5 Гц, поскольку скорость первого звука в ^3He порядка 400 м/сек, в то время как полученные осреднённые уравнения справедливы до частот порядка 10^3 Гц включительно. Оставшаяся возможность - это второй звук, скорость распространения которого порядка 1 см/сек. Поскольку нас интересуют только оценки по порядку величин, относительную роль членов с V_H и V_S можно не уточнять, тем более что член с V_S , по-видимому, невелик вблизи T_0 . Член, соответствующий диссипации Лэггетта-Талаги следует сохранить, поскольку он на два порядка больше, чем член накачки. Действительно, при накачке на частоте 100 Гц с амплитудой 0,1 см/сек, член, соответствующий накачке имеет порядок 10^{-4} /глубина проникновения порядка 0,001 см/.

Уравнения (6) показывают, что процесс генерации текстурно-спиновых волн посредством второго звука состоит в том, что в тонком слое вблизи источника звука накачка приводит к появлению расфазировки $\delta\psi$, которая, в свою очередь, изменяет величину вектора \vec{J}/J . Последняя распространяется за пределами слоя проникновения второго звука, в то время как мода

расфазировки выигрывает за счёт диссипации Лэггетта-Тахаги.

Уравнение для $\delta\psi$ можно существенно упростить. Действительно, изменение $\delta\psi$ вызвано прежде всего накачкой, которая сравнительно с диссипацией, представленной членом с первой производной по времени, невелика. Поэтому можно считать, что вторая производная $\partial_z^2 \delta\psi$ весьма мала и её можно пренебречь. В результате получаем следующее уравнение для расфазировки

$$\frac{18}{25} \frac{\Gamma_0}{\Omega} J^2 \partial_z \delta\psi - \frac{1}{8} (2g - 7\omega_3^2) \kappa \partial_z^2 \delta\psi \quad (8)$$

$$+ \frac{1}{8} \kappa \omega_3 (\nu_3 \partial_z^2 \omega_u - \omega_3 \partial_z^2 \omega_v) - \frac{4}{5} J \partial_z \left[v_n - \frac{\gamma \hbar}{2m} \lambda^c \rho_n v_s \right]$$

В предельном случае $\vec{w} \parallel \hat{z}$ имеем $\omega_3 = \nu_3 = 0$, $\omega_3^2(8)$ сводится к уравнению одномерной диффузии с источниками:

$$\frac{18}{25} \frac{\Gamma_0}{\Omega} J^2 \partial_z \delta\psi - \frac{1}{8} \kappa \partial_z^2 \delta\psi - \frac{4}{5} J \partial_z \left[v_n - \frac{\gamma \hbar}{2m} \lambda^c \rho_n v_s \right] \quad (9)$$

Из приведённой выше оценки коэффициентов уравнения (8) следует, что за время порядка нескольких мсек /характерное время для текстурно-спиновой волны длиной порядка 0,1 см/ расфазировка, создаваемая накачкой второго звука станет порядка единицы. На это обстоятельство указывает уравнение (9). В свою очередь наличие расфазировки $\delta\psi$, сосредоточенной в тонком поверхностном слое и, следовательно имеющей большие градиенты, повлечёт, согласно уравнению (6), раскачивание вектора \vec{J}/J . Таким образом, накачки второго звука будет приводить к возбуждению текстурно-спиновых волн.

Приведённые выше рассуждения основывались на специфических свойствах волн, являющихся элементарными возбуждениями вблизи долгоживущей моды магнитного звона. Это обусловлено тем, что для взаимодействия со вторым звуком нужны медленные низкочастотные моды, распространение которых хорошо регистрируется в эксперименте, как это имеет место для текстурно-спиновых волн, связанных с W_P -модой. Но не исключено, что для этой цели могут быть использованы и другие долгоживущие моды.

Выводы

1. Релаксационная динамика намагниченности в выключенном поле описывается листовым аттрактором.
2. Поля экстинкции в экспериментах по нелинейному звону намагниченности в выключенном поле соответствуют наличию точки ущемления аттрактора.
3. Имеется режим накачки внешним полем, приводящий к хаотической динамике намагниченности.
4. Имеются долгоживущие моды спиновой динамики $^3\text{He-B}$, отличные от стационарных решений уравнений Леггетта-Такаги.
5. Имеются два типа текстурно-спиновых волн, которые являются длинноволновыми, низкочастотными модуляциями пристационарной (wP)-моды. Волны I-го типа являются распространяющимися с законом дисперсии $\omega \sim q^2$; повидимому, они соответствуют распространяющимся магнитным возмущениям в $^3\text{He-B}$. Волны 2-го типа соответствуют расфокусировке процесса намагниченности и являются диффузионными.
6. Амплитуда затухающих текстурно-спиновых волн со временем может достигать значений величин для частот порядка 10^3 Гц и длин волн $0,01 \div 0,001$ см, близких T_C .
7. Текстурно-спиновые волны могут использоваться для детектирования и того звука в $^3\text{He-B}$.

Литература

1. Yu.M. Bankov, V.V. Dmitriev, J. Nyeki, Yu.M. Mukharsky, D.A. Bergatskov, I.A. Fomin, *Physica B* 165, 675 (1990).
2. V.L. Golo, Nonlinear regimes in spin dynamics of superfluid ^3He , *Lett. Math. Ph.*, s. 2, 155-159 (1981).
3. В.Л. Голо, Осреднённые уравнения в спиновой динамике сверхтекучего $^3\text{He-B}$, *ЖЭТФ* 81, 942-950 (1981).
4. В.Л. Голо, А.А. Леман, Нелинейные эффекты и немонотонная релаксация намагниченности в $^3\text{He-B}$, *ЖЭТФ* 83, 1546-1556 (1982).
5. В.Л. Голо, А.А. Леман, Пороговые магнитные поля для долгоживущих мод в спиновой динамике в $^3\text{He-B}$, *ЖЭТФ* 85, 932-942 (1983).
6. В.Л. Голо, А.А. Леман, И.А. Фомин, Импульсный ЯМР для нелеггеттовской конфигурации, *Письма ЖЭТФ* 38, 123-125 (1983).
7. В.Л. Голо, Текстурно-спиновые волны в неравновесных состояниях сверхтекучего $^3\text{He-B}$, *ЖЭТФ* 86, 2100-2110 (1984).
8. В.Л. Голо, Е.И. Кац, Медленные моды в спиновой гидродинамике $^3\text{He-B}$, *ЖЭТФ* 90, 952-963 (1986).

9. V.L. Golo, A.A. Leman, A new long-lived mode of magnetic ringing in $^3\text{He-B}$, *Physica B* 169, 525-526 (1991).
10. V.L. Golo, A.A. Leman, Spin relaxation in superfluid ^3He in turned-off and weak magnetic fields, in "Helium Three", eds. W.P. Halperin and L.P. Pitsevskii, Elsevier (1990).
11. A.J. Leggett and S. Takagi, *Ann. Phys. (NY)* 106, 79 (1997).
12. I.E. Dzyaloshinski, G.E. Volovik, *Ann. Phys. (NY)*, 125, 67 (1980).
13. W.F. Brinkman, M.C. Cross, in "Progress in Low Temp. Phys.", vol VII, ed. D.P. Brewer, North-Holland (1978).
14. R.A. Webb, R.E. Sager, J.C. Wheatley, *J. Low Temp. Phys.* 26, 439 (1977).
15. С.П. Новиков, *УМН* 39, 97-106 (1984).
16. K. Fohlmeyer, *Commun. Math. Phys.* 48, 207 (1976).
17. W.F. Brinkman, *Phys. Lett.* A49, 411 (1974).
18. K. Maki, H. Ebisawa, *Phys. Rev.* B13, 2924 (1976).
19. I.A. Fomin, *Sov. Phys. J.*, 275 (1981).
20. И.А. Фомин, *ЖЭТФ* 84, 2100 (1983).
21. W.F. Brinkman, H. Smith, *Phys. Lett.* A53, 43 (1974).

22. А.О. Боровик-Романов, Ю.М. Буньков, В.В. Дмитриев, Ю.М. Мухарский, Письма ЖЭТФ 37, 600 (1983).
23. Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, Yu.M. Mukharskii, Phys. Lett. A102, 194 (1984).
24. S. Dyachenko, A.C. Newell, A. Pushkarev, V.E. Zakharov, Physica D57, 96 (1992).
25. Yu.M. Bunkov, V.L. Golo, A chaotic regime of internal precession in $^3\text{He-B}$, J. Low Temp. Phys. 90, No. 3/4 (1993).
26. A.J. Lichtenberg, M.A. Lieberman, Regular and Stochastic Motion, Springer-Verlag (1983).
27. J. Yamaguchi, Prog. Theor. Phys. 69, 1377 (1983).
28. P. Fishman, R. Folk, Phys. Rev. B36, 154, (1984).
29. R. Combescot, J. Phys. C14, 1619 (1981).
30. L.R. Gorruchini, D.D. Osheroff, Phys. Rev. B17, 120 (1978).
31. V.P. Mineev, Sov. Sci. Rev. Section A, vol. 2, ed. I.K. Khalatnikov, Harwood (1980).
32. V.B. Го, А.А. Леман, An attracto regime for pulses of μSR in $^3\text{He-B}$, J. Low Temp. Phys. 30, 99-110 (1980).
33. A.J. Leggett, Rev. Mod. Phys. 47, 331 (1975).
34. J.C. Wheatley, Rev. Mod. Phys. 17, 415 (1945).

35. В.Л. Голо, А.А. Ламан, Письма ЖЭТФ 35, 227-229 (1982).
36. L. Proscaccia, D. Ronis, M.A. Collins, J. Ross, I. Oppenheim, Phys. Rev. A19, 1324 (1979).
37. A.H.S. Tremblay, M. Arif, E.D. Siggia, Phys. Rev. A23, 1451 (1981).
38. Е.М. Анушин, А.П. Пыльневский, Статистическая физика, Часть II, Наука (1978).
39. И.А. Юмин, Письма ЖЭТФ 28, 362 (1978).
40. S.L. Lu, H. Kojima, Phys. Rev. Lett. 55, 1677 (1985).
41. И.М. Калашников, Теория сверхтекучести, Наука, (1971).
42. H. Liu, Phys. Rev. Lett. 47, 1740 (1979).
43. А.Д. Госталев, Г.Г. Гургановичи, Р.А. Хиразов, ЖЭТФ 75, 1504 (1978).
44. L.P. Corbellini, A.D. Osheroff, Phys. Rev. Lett. 45, 2029 (1980).
45. D.N. Paulson, R.T. Johnson, J.G. Wheatley, Phys. Rev. Lett. 30, 829 (1973).

Содержание

Введение

1.	Гидродинамическое приближение в спиновой динамике σ - \mathbf{e} - \mathbf{B}	
I.1	Гамильтонова структура уравнений Леггетта-Такаги	4
I.2	Релаксация в выключенном поле	7
I.3	Прецессия намагниченности во внешней поле	11
2.	Пороговые внешние поля	13
3.	Хаотическая динамика в режиме внешней накачки	16
4.	Моды долгоживущие моды	18
5.	Асимптотически медленные текстурно-спиновые волны	21
5.1	Влияние пространственных неоднородностей на WP-моду	22
5.2	WP-моды как возможный детектор второго вивума	25
	Заключение	30
	Литература	31

12.04.1993г. Звк. 136 Объем 2,5п.л. Тир. 100экз.
Типография ИХФЧ РАН