

30 марта 2026

Конференция “Ломоносовские чтения”

с 16:45 до 18:20, ауд. 16-10 и трансляция в ZOOM

Кудрявцева Елена Александровна

Бифуркации интегрируемых систем через резонансные положения равновесия в динамике твердого тела

Доклад посвящен бифуркациям, возникающим в интегрируемых системах с двумя степенями свободы, зависящих от параметров. Примерами таких систем являются многие интегрируемые случаи динамики твердого тела. Предположим, что “невозмущенная” гамильтонова система (при нулевом значении параметра) имеет положение равновесия. Это — точка, в которой линейные части функции Гамильтона H и дополнительного первого интеграла равны нулю. Тогда квадратичные части этих функций в этой точке порождают пару коммутирующих гамильтоновых линейных операторов. Эти операторы порождают коммутативную подалгебру (относительно операции коммутатор) алгебры Ли $\mathfrak{sp}(4, \mathbb{R})$. Положение равновесия называется невырожденным, если эта коммутативная подалгебра удовлетворяет двум условиям: 1) двумерна, 2) содержит элемент с простым спектром. Невырожденные положения равновесия хорошо известны в любой размерности: по теореме Элиассона — Вея они задаются набором квадратичных первых интегралов вида $f_i = (p_i^2 + q_i^2)/2$ (эллиптический тип), $f_j = p_j q_j$ (гиперболический тип), $f_{2k-1} = \operatorname{Re}((p_{2k-1} + ip_{2k})(q_{2k-1} - iq_{2k}))$, $f_{2k} = \operatorname{Im}((p_{2k-1} + ip_{2k})(q_{2k-1} - iq_{2k}))$ (тип фокус-фокус) в некоторой локальной криволинейной симплектической системе координат.

Докладчиком было введено понятие полуторической особенности интегрируемой системы. Совместно с Л.М. Лерманом была получена (2024) полулокальная классификация таких особенностей (в малых окрестностях компактных орбит гамильтонова \mathbb{R}^n -действия) в “общих” вещественно-аналитических интегрируемых системах с 2 и 3 степенями свободы. Оказалось, что помимо невырожденных особенностей здесь возникают особенности, в которых нарушается лишь одно из условий невырожденности 1) и 2) и возникает резонанс спектра. А именно: спектр содержит либо пару совпадающих собственных значений (резонанс 1:1 или 1:-1, и нарушено условие 2) простоты спектра), либо пару соизмеримых собственных значений (резонанс $m:n$, и нарушено условие 1) двумерности подалгебры).

Мы покажем, какие резонансы отвечают (вырожденным) положениям равновесия систем из динамики твердого тела. Покажем, как по резонансу определить стандартное отображение момента, описывающее данную бифуркацию. Опишем полулокальные и полуглобальные топологические инварианты для многих бифуркаций.

Шарыгин Георгий Игоревич

Полная симметрическая система Тоды:

симметрии и критерий Ли-Бианки

Помимо знаменитого критерия Лиувилля интегрируемости гамильтоновых систем, в 19 веке были предложены и другие способы определять интегрируемость той или иной системы дифференциальных уравнений в квадратурах. Один из таких критериев, критерий Ли (или Ли-Бианки, в честь итальянского геометра, популяризовавшего этот результат в начале 20 века) основан на изучении алгебры Ли симметрий (то есть векторных полей, сохраняющих данное уравнение) системы: если в ней можно выделить конечномерную разрешимую подалгебру, размерность которой равна размерности пространства, то система интегрируема в квадратурах. Я опишу, как такой критерий работает на примере популярной динамической системы - полной симметрической системы Тоды. Доклад основан на совместной работе с Ю. Черняковым и Д. Талалаевым.

НАУЧНЫЙ СЕМИНАР

“ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ”

Руководитель – академик А. Т. Фоменко

Ссылка на адрес конференции посылается только зарегистрированным пользователям

Мы включим Вас в рассылку после рекомендации от любого участника семинара

Анонсы предыдущих докладов можно посмотреть на сайте семинара

<http://dfgm.math.msu.su/chairsem.php>