

20 ноября 2023

# Шарыгин Георгий Игоревич

## Метод сдвига аргумента для $U\mathfrak{gl}_d$

Метод сдвига аргумента — известный метод получения пуассоново-коммутативных подалгебр в алгебре гладких функций  $C^\infty(X)$  пуассоновского многообразия  $X$ . Он основан на наблюдении, что если векторное поле  $\xi$  и бивектор Пуассона  $\pi$  на  $X$  удовлетворяют условиям

$$\mathcal{L}_\xi \pi \neq 0, \quad \mathcal{L}_\xi^2 \pi = 0,$$

(здесь  $\mathcal{L}_\xi$  обозначает производную Ли), то элементы  $\mathcal{L}_\xi^p(f)$  коммутируют друг с другом по Пуассону для всех  $p \geq 0$  и всех гладких функций Казимира  $f$ . Например, если  $X = \mathfrak{g}^*$  (двойственное пространство алгебры Ли) и структура Пуассона является канонической структурой Ли–Пуассона на  $\mathfrak{g}^*$ , то постоянное относительно аффинных координат на  $\mathfrak{g}^*$  векторное поле  $\xi$  удовлетворяет указанным условиям. Эту ситуацию впервые рассмотрели Мищенко и Фоменко; для постоянного векторного поля  $\xi$  общего положения этот метод дает максимальную пуассоново-коммутативную подалгебру  $A_\xi$  в симметричной алгебре  $S(\mathfrak{g})$ ;  $A_\xi$  часто называют *алгеброй Мищенко–Фоменко*.

В 1991 году Э. Б. Винберг задался вопросом, можно ли найти в универсальной обертывающей алгебре  $U\mathfrak{g}$  коммутативную подалгебру  $\hat{A}_\xi$  такую, что образ  $\hat{A}_\xi$  в  $S\mathfrak{g}$  при каноническом изоморфизме ассоциированной градуированной алгебры  $U\mathfrak{g}$  и  $S\mathfrak{g}$  будет равна  $A_\xi$ . Этот вопрос решался разными людьми, наиболее известной конструкцией *квантовой алгебры Мищенко–Фоменко*  $\hat{A}_\xi$  является конструкция Рыбникова. Однако найти в алгебре Рыбникова элемент, который будет соответствовать данному  $\xi^p(f)$  в  $A_\xi$ , непросто.

В своем докладе я опишу метод квантования элементов  $\xi^p(f)$  (т.е. поднятия их в  $\hat{A}_\xi \subset U\mathfrak{g}$ ) для  $\mathfrak{g} = \mathfrak{gl}_d$ , основанный на систематическом использовании *квазидифференцирований* Гуревича, Пятова и Сапонова  $\hat{\xi}$  на  $U\mathfrak{gl}_d$  вместо обычной производной по направлению  $\xi$  (мы предполагаем, что коэффициенты при  $\hat{\xi}$  совпадают с коэффициентами при  $\xi$ ), а именно:

**Теорема.** Пусть  $\hat{f} \in U\mathfrak{gl}_d$  центральный элемент,  $p \geq 0$ ; тогда элемент  $\hat{\xi}^p(\hat{f})$  принадлежит квантовой алгебре Мищенко–Фоменко  $A_\xi$ . В частности, все такие элементы коммутируют друг с другом.

Доклад основан на совместной работе с Ясуси Икедой, arXiv:2307.15952.

### НАУЧНЫЙ СЕМИНАР “ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ”

Руководитель – академик А. Т. Фоменко

Семинар проходит онлайн в ZOOM по понедельникам с 16:45 до 18:20

Ссылка на адрес конференции посылается только зарегистрированным пользователям

Мы включим Вас в рассылку после рекомендации от любого участника семинара

Анонсы предыдущих докладов можно посмотреть на сайте семинара

<http://dfgm.math.msu.su/chairsem.php>