

12 декабря 2022

Мантуров Василий Олегович

(по совместным работам с И.М.Никоновым)

Косы и узлы. Отображения из цилиндра в виртуальную категорию.

В теории виртуальных узлов за последние десятилетия В.О.Мантуровым был обнаружен ряд инвариантов, принципиально новых в маломерной топологии. К таковым относится, например, скобка четности — инвариант, принимающий значения в линейной комбинации диаграмм узлов. Существуют диаграммы достаточно сложных виртуальных узлов K , для которых выполняется равенство $[K] = K$, иными словами, значение на узле, задаваемом диаграммой K , равно диаграмме K с коэффициентом 1. Это позволяет сводить различные вопросы об узлах к вопросу о единственной их диаграмме. Так, например, если диаграмма K' эквивалентна диаграмме K (задает тот же узел), то имеет место $[K'] = K$, что по построению означает, что K “присутствует внутри” диаграммы K' . Этот феномен близок к похожему феномену в свободных группах: единственный редуцированный представитель любого элемента может быть получен “вычеркиванием букв” из любого слова, задающего этот элемент. Такие инварианты (вида скобок) возникают в теории виртуальных узлов в связи с наличием феномена четности (гомологий объемлющего пространства); они формально не работают в случае классических узлов (наличие четности связано с первыми гомологиями объемлющего пространства, которые отсутствуют в случае плоскости); в случае формального применения к узлам в цилиндре они дают не сильные инварианты. Помимо скобок четность позволяет усиливать многочисленные известные инварианты классических узлов, а также строить “некоммутативные инварианты” и инварианты конкордантности (препятствия к срезанности) достаточно легким способом.

Цель настоящего доклада — построить “функториальные отображения” из узлов в полнотории $S^1 \times D^2$ и узлов в утолщенном торе $T^2 \times D^2$ в аналоги виртуальных узлов, лежащих на поверхностях большого рода. Это позволяет перенести технику виртуальных узлов на классические объекты — зацепления, одна из компонент которых тривиальна.

Доклад состоит из двух частей. В первой части мы работаем с классическими косами из “размениваем” одну или две классические нити на увеличение рода объемлющего пространства (вместо кос на плоскости получаем косы на цилиндре), после чего увеличиваем род поверхности и далее строим новые представления кос, которые, в частности, нетривиальны на элементе из ядра представления Бурау. Во второй части доклада мы работаем с зацеплениями в полнотории и в утолщенном торе (которые можно трактовать как зацепления с одной или двумя дополнительными тривиальными компонентами в трехмерном пространстве) и обсуждаем различные примеры применения виртуальных инвариантов в классическом случае. Далее рассматривается ряд проектов и открытых вопросов, среди них:

- (1) применения описанных выше методов к классическим узлам с единственной компонентой;
- (2) кобордизмы и конкордантность;
- (3) лежандровы узлы;
- (4) вложенные в пространство Θ -графы и их инварианты.

**НАУЧНЫЙ СЕМИНАР
“ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ”**

Руководитель – академик А. Т. Фоменко

Семинар проходит онлайн в ZOOM по понедельникам с 16:45 до 18:20

Ссылка на адрес конференции посылается только зарегистрированным пользователям

Мы включим Вас в рассылку после рекомендации от любого участника семинара

Анонсы предыдущих докладов можно посмотреть на сайте семинара

<http://dfgm.math.msus.edu/chairsem.php>