

21 ноября 2022

Белозеров Глеб Владимирович

Геодезический поток на пересечении невырожденных софокусных квадратик

Согласно теореме Якоби–Шаля касательные линии, проведенные к геодезической на n -осном эллипсоиде в евклидовом \mathbb{R}^n , касаются помимо этого эллипсоида еще $n - 2$ софокусных с ним квадратик, общих для всех точек данной геодезической. Из этой теоремы следует интегрируемость геодезического потока на эллипсоиде.

В. А. Кибкало исследовал вопрос об интегрируемости геодезического потока на пересечении нескольких софокусных квадратик. Он доказал, что геодезический поток на пересечении $(n - 2)$ -х софокусных квадратик является вполне интегрируемой гамильтоновой системой.

Оказывается, результат останется верным, если рассмотреть геодезический поток на пересечении произвольного числа невырожденных софокусных квадратик.

Теорема 1 (Белозеров). Пусть Q_1, \dots, Q_k — невырожденные софокусные квадратики различных типов в \mathbb{R}^n и $Q = \bigcap_{i=1}^k Q_i$, тогда

- (1) геодезический поток на Q квадратично интегрируем;
- (2) касательные линии, проведенные ко всем точкам геодезической на Q , касаются помимо Q_1, \dots, Q_k еще $n - k - 1$ квадратик софокусных с Q_1, \dots, Q_k и общих для всех точек этой геодезической.

Замечание. Геодезические на пересечении невырожденных софокусных квадратик, вообще говоря, не являются геодезическими на какой-либо из квадратик Q_1, \dots, Q_k . Поэтому теорема 1 не является следствием классической теоремы Якоби–Шаля.

Согласно теореме 1 и результату В. В. Козлова об интегрируемых геодезических потоках на двумерных поверхностях связная компонента компактного пересечения $(n - 2)$ -х софокусных квадратик гомеоморфна либо тору \mathbb{T}^2 , либо сфере S^2 . Причем оба эти случая реализуются. Отметим, что этот результат был получен ранее В. А. Кибкало. Однако удастся описать класс гомеоморфности любого компактного пересечения невырожденных софокусных квадратик. Оказывается, что любое такое пересечение гомеоморфно прямому произведению сфер.

Аналогично теореме 1 можно описать класс потенциалов V в \mathbb{R}^n , таких, что ограничение системы с потенциалом на любое пересечение софокусных квадратик оставалось бы вполне интегрируемым. В частности, потенциал Гука принадлежит этому классу.

НАУЧНЫЙ СЕМИНАР “ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ”

Руководитель – академик А. Т. Фоменко

Семинар проходит онлайн в ZOOM по понедельникам с 16:45 до 18:20

Ссылка на адрес конференции посылается только зарегистрированным пользователям

Мы включим Вас в рассылку после рекомендации от любого участника семинара

Анонсы предыдущих докладов можно посмотреть на сайте семинара

<http://dfgm.math.msu.su/chairsem.php>