

Высшие итерированные произведения Уайтхеда в торической топологии и L_∞ структуры

Научный руководитель – Панов Тарас Евгеньевич

Журавлева Елизавета Григорьевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: ahertip@gmail.com

В торической топологии важную роль играет момент-угол комплекс $\mathcal{Z}_K$, клеточный комплекс с действием m -мерного тора, составленный из произведений дисков и окружностей, сопоставляемый каждому симплицциальному комплексу K на m вершинах. Такое сопоставление функториально, таким образом, возникает функтор из категории симплицциальных комплексов и их вложений в категорию пространств с действием тора и эквивариантных отображений. Таким образом, комбинаторные свойства симплицциального комплекса переходят в топологические свойства момент-угол комплекса $\mathcal{Z}_K$. В частности, $\mathcal{Z}_K$ является $(m+n)$ -мерным топологическим многообразием, если K является симплицциальным разбиением $(n-1)$ -мерной сферы. Важную роль в изучении топологических свойств момент-угол комплекса играет пространство Дэвиса–Янушкевича $(\mathbb{C}P^\infty)^K$, являющееся полиэдральным произведением бесконечномерного комплексного проективного пространства и точки. С гомотопической точки зрения является важным описать класс симплицциальных комплексов, для которых соответствующий $\mathcal{Z}_K$ является букетом сфер. Большой подкласс симплицциальных комплексов образуют такие K , для которых $\mathcal{Z}_K$ есть букет сфер, и каждая сфера есть высшее итерированное произведение Уайтхеда канонических двумерных классов в пространстве Дэвиса–Янушкевича. Однако, вообще говоря, момент-угол комплекс имеет сложный гомотопический тип. В связи с этим возникает задача описания гомотопических алгебр Ли момент-угол комплекса $\pi_*(\Omega \mathcal{Z}_K) \otimes \mathbb{Q}$ и пространства Дэвиса–Янушкевича $\pi_*(\Omega (\mathbb{C}P^\infty)^K) \otimes \mathbb{Q}$ относительно высшего произведения Уайтхеда (Самельсона). Существуют примеры симплицциальных комплексов, для которых высшие произведения Уайтхеда стандартных сфероидов удовлетворяют некоторым обобщённым тождествам Якоби. Но в случае произвольного симплицциального комплекса неизвестно, каким соотношениям удовлетворяют высшие итерированные произведения Уайтхеда. Важную роль играет понятие L_∞ алгебры, обобщающее понятие алгебры Ли. Это векторное пространство, снабженное n -местной скобкой ℓ_n для каждого n . Набор скобок $\{\ell_n\}$ удовлетворяет некоторым обобщённым тождествам Якоби. Имеются работы, в которых устанавливается взаимосвязь между L_∞ структурами и высшими произведениями Уайтхеда. В докладе также будет рассмотрен случай минимального симплицциального комплекса K , для которого определено высшее итерированное произведение Уайтхеда $[[\mu_1, \mu_2, \mu_3], \mu_4, \mu_5]$. В этом случае будут описаны рациональная гомотопическая алгебра Ли и алгебра Понтрягина пространства Дэвиса–Янушкевича и известны соотношения на высшие итерированные произведения Уайтхеда.

Источники и литература

- 1) S. Abramyan, T. Panov. *Higher Whitehead Products in Moment–Angle Complexes and Substitution of Simplicial Complexes*. Tr. Mat. Inst. Steklova, 305 (2019), 7–28.

- 2) V. Buchstaber, T. Panov. *Toric topology*. Math. Surv. and Monogr., 204. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2015.
- 3) F. Belchi, U. Buijs, J. M. Moreno-Fernandez, A. Murillo. *Higher order Whitehead products and L -infinity structures on the homology of a DGL*. Linear Algebra and Its Applications, 520, 16-31.
- 4) T. Panov, N. Ray. *Categorical aspects of toric topology*. Toric Topology, M. Harada et al., eds. Contemp. Math., 460. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2008, pp. 293–322.