

В. В. Трофимов

# ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЮ МНОГООБРАЗИЙ С СИММЕТРИЯМИ

Издательство  
Московского университета  
1989

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Некоторые используемые обозначения . . . . .	5
Введение . . . . .	6
<b>Глава I. Элементы дифференциальной геометрии . . . . .</b>	<b>10</b>
§ 1. Понятие топологического пространства . . . . .	10
§ 2. Непрерывные отображения топологических пространств . . . . .	16
§ 3. Аксиомы счетности . . . . .	17
§ 4. Бикомпактные топологические пространства . . . . .	21
§ 5. Аксиомы отделимости . . . . .	22
§ 6. Секвенциально компактные топологические пространства . . . . .	23
§ 7. Конструкции топологических пространств . . . . .	24
§ 8. Гладкие многообразия . . . . .	26
§ 9. Геометрия гладких многообразий . . . . .	31
§ 10. Элементы тензорной алгебры . . . . .	35
§ 11. Гладкие отображения гладких многообразий . . . . .	39
§ 12. Исчисление внешних дифференциальных форм на многообразиях . . . . .	42
§ 13. Интегрирование внешних дифференциальных форм . . . . .	51
§ 14. Когомологии де Рама . . . . .	61
§ 15. Элементы римановой геометрии . . . . .	69
§ 16. Элементы аффинной геометрии . . . . .	74
§ 17. Тензор кривизны . . . . .	83
§ 18. Геодезические и кратчайшие . . . . .	88
<b>Глава II. Группы Ли и алгебры Ли . . . . .</b>	<b>97</b>
§ 1. Группы Ли . . . . .	98
§ 2. Алгебры Ли . . . . .	100
§ 3. Траектории левоинвариантных векторных полей . . . . .	105
§ 4. Экспоненциальное отображение . . . . .	109
§ 5. Сдвиги функций по траекториям . . . . .	112
§ 6. Действия групп Ли . . . . .	114
§ 7. Линейные представления групп Ли . . . . .	119
§ 8. Автоморфизмы групп Ли . . . . .	121
§ 9. Формула Маурера—Картана . . . . .	124
§ 10. Основные глобальные теоремы о группах Ли . . . . .	126
§ 11. Вопросы неоднозначности. Накрытия . . . . .	136
§ 12. Подгруппы Ли . . . . .	144
§ 13. Нильпотентные представления алгебр Ли . . . . .	146
§ 14. Разрешимые алгебры Ли и их линейные представления . . . . .	150
§ 15. Представления нильпотентных алгебр Ли . . . . .	154
§ 16. Полупростые алгебры Ли . . . . .	156
§ 17. Подалгебры Картана . . . . .	158
§ 18. Метрика Киллинга . . . . .	160
§ 19. Критерий Картана . . . . .	162
§ 20. Структура полупростых алгебр Ли . . . . .	166
§ 21. Простые алгебры Ли . . . . .	172

<b>Глава III. Симметрические пространства</b>	174
§ 1. Понятие симметрического пространства	174
§ 2. Компактные группы Ли как римановы симметрические пространства	181
§ 3. Инволютивные автоморфизмы групп Ли и связанные с ними римановы симметрические пространства	188
§ 4. Связности в главных расслоениях	195
§ 5. Основные теоремы	207
§ 6. Группы Ли как симметрические пространства аффинной связности	215
§ 7. Вполне геодезические подмногообразия	223
§ 8. Вполне геодезические подмногообразия и инволютивные автоморфизмы	231
§ 9. Римановы симметрические пространства	239
<b>Глава IV. Гладкие векторные расслоения и характеристические классы</b>	245
§ 1. Векторные расслоения	246
§ 2. Связности и метрики в расслоениях	248
§ 3. Ковариантное дифференцирование и кривизна	252
§ 4. Характеристические классы векторных расслоений	256
§ 5. Основные характеристические классы	260
§ 6. Связности в главном расслоении реперов	266
§ 7. Трансгрессия	269
§ 8. Эйлеров класс	276
§ 9. Геометрический смысл эйлерова класса в размерности два	284
§ 10. Геометрический смысл эйлерова класса в высших размерностях	298
<b>Глава V. Приложения</b>	307
§ 1. Уравнения коммутации дифференциальных операторов	308
§ 2. Скобки Пуассона гидродинамического типа и левосимметричные алгебры	317
§ 3. Дифференциальные уравнения, описывающие движение твердого тела вокруг неподвижной точки	327
§ 4. Согласованные скобки Пуассона	340
§ 5. Инварианты коприсоединенного представления	348
<b>Литература</b>	354
<b>Предметный указатель</b>	356