

图字: 01-2005-5735 号

Мищенко А. С., Фоменко А. Т., Краткий курс
дифференциальной геометрии и топологии

Copyright© FIZMATLIT PUBLISHERS RUSSIA, 2004

ISBN 5-9221-0442-X

The Chinese language edition is authorized by FIZMATLIT
PUBLISHERS RUSSIA for publishing and sales in the People's
Republic of China



图书在版编目 (CIP) 数据

微分几何与拓扑学简明教程 / (俄罗斯) 米先柯,
(俄罗斯) 福明柯著; 张爱和译. —北京: 高等教育出
版社, 2006. 1

ISBN 7-04-018405-2

I. 微... II. ①米... ②福... ③张... III. ①微分
几何-教材 ②拓扑-教材 IV. 018

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 141187 号

策划编辑 张小萍

责任编辑 赵天夫

封面设计 王凌波

责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京中科印刷有限公司

开 本 787×1092 1/16
印 张 15.25
字 数 290 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 1 月第 1 版
印 次 2006 年 1 月第 1 次印刷
定 价 32.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18405-00

高等教育出版社
Higher Education Press



| | | |
|-------|---------------------|----|
| 第一章 | 微分几何导引 | 1 |
| 1.1 | 曲线坐标系 最简单的例子 | 1 |
| 1.1.1 | 引论 | 1 |
| 1.1.2 | 笛卡儿坐标和曲线坐标 | 2 |
| 1.1.3 | 曲线坐标系的最简单例子 | 6 |
| 1.2 | 在曲线坐标系中曲线的长 | 9 |
| 1.2.1 | 在欧氏坐标系中曲线的长 | 9 |
| 1.2.2 | 在曲线坐标系中曲线的长 | 10 |
| 1.2.3 | 在欧氏空间区域中黎曼度量的概念 | 13 |
| 1.2.4 | 不定度量 | 15 |
| 1.3 | 球面和平面上的几何 | 17 |
| 1.4 | 伪球面和 Лобачевский 几何 | 21 |
| 第二章 | 一般拓扑 | 33 |
| 2.1 | 度量空间和拓扑空间的定义及最简单性质 | 33 |
| 2.1.1 | 度量空间 | 33 |
| 2.1.2 | 拓扑空间 | 34 |
| 2.1.3 | 连续映射 | 35 |
| 2.1.4 | 商拓扑 | 37 |
| 2.2 | 连通性 分离公理 | 38 |
| 2.2.1 | 连通性 | 38 |
| 2.2.2 | 分离公理 | 40 |
| 2.3 | 紧致空间 | 41 |

| | | |
|-----------------------|---------------------|-----|
| 2.3.1 | 紧致空间 | 41 |
| 2.3.2 | 紧致空间的性质 | 42 |
| 2.3.3 | 紧致的度量空间 | 42 |
| 2.3.4 | 在紧致空间上的运算 | 43 |
| 2.4 | 函数的可分离性 l^1 的分解 | 43 |
| 2.4.1 | 函数的可分离性 | 44 |
| 2.4.2 | l^1 的分解 | 45 |
| 第三章 光滑流形(一般理论) | | 47 |
| 3.1 | 流形的概念 | 48 |
| 3.1.1 | 基本的定义 | 48 |
| 3.1.2 | 坐标变换函数 光滑流形的定义 | 51 |
| 3.1.3 | 光滑流形 微分同胚 | 53 |
| 3.2 | 用方程给出流形 | 55 |
| 3.3 | 切向量 切空间 | 59 |
| 3.3.1 | 简单的例子 | 59 |
| 3.3.2 | 切向量的一般定义 | 61 |
| 3.3.3 | 切空间 $T_{p_0}(M)$ | 62 |
| 3.3.4 | 函数的方向导数 | 63 |
| 3.3.5 | 切丛 | 65 |
| 3.4 | 子流形 | 67 |
| 3.4.1 | 光滑映射的微分 | 67 |
| 3.4.2 | 映射的局部性质和微分 | 69 |
| 3.4.3 | 流形在欧氏空间的嵌入 | 70 |
| 3.4.4 | 流形上的黎曼度量 | 71 |
| 3.4.5 | Sard 定理 | 73 |
| 第四章 光滑流形(例) | | 76 |
| 4.1 | 平面曲线论和三维空间中的曲线论 | 76 |
| 4.1.1 | 平面曲线论 Frenet 公式 | 76 |
| 4.1.2 | 空间曲线论 Frenet 公式 | 80 |
| 4.2 | 曲面 第一和第二基本形式 | 85 |
| 4.2.1 | 第一基本形式 | 85 |
| 4.2.2 | 第二基本形式 | 87 |
| 4.2.3 | 超曲面上光滑曲线的初等理论 | 91 |
| 4.2.4 | 二维曲面的 Gauss 曲率和平均曲率 | 95 |
| 4.3 | 变换群 | 102 |
| 4.3.1 | 变换群的简单例子 | 102 |
| 4.3.2 | 矩阵的变换群 | 111 |
| 4.3.3 | 完全线性群 | 112 |

| | | | |
|--------------------------|-------|----------------------|-----|
| 805 | 4.3.4 | 特殊线性群 | 113 |
| 505 | 4.3.5 | 正交群 | 113 |
| 805 | 4.3.6 | 酉群和特殊酉群 | 114 |
| 805 | 4.3.7 | 非紧致辛群和紧致辛群 | 117 |
| 115 | 4.4 | 动力系统 | 120 |
| 115 | 4.5 | 二维曲面的分类 | 130 |
| 915 | 4.5.1 | 带边流形 | 130 |
| 915 | 4.5.2 | 可定向流形 | 131 |
| 155 | 4.5.3 | 二维流形的分类 | 132 |
| 855 | 4.6 | 作为二维流形的代数函数的黎曼曲面 | 142 |
| 第五章 张量分析与黎曼几何 151 | | | |
| | 5.1 | 流形上张量场的一般概念 | 151 |
| | 5.2 | 张量场的简单例子 | 155 |
| | 5.2.1 | 例 | 155 |
| | 5.2.2 | 张量的代数运算 | 158 |
| | 5.2.3 | 反对称张量 | 160 |
| | 5.3 | 联络和共变微分 | 166 |
| | 5.3.1 | 仿射联络的定义和性质 | 166 |
| | 5.3.2 | 黎曼联络 | 171 |
| | 5.4 | 平行移动 测地线 | 174 |
| | 5.4.1 | 预先的观察 | 174 |
| | 5.4.2 | 平行移动的方程 | 175 |
| | 5.4.3 | 测地线 | 177 |
| | 5.5 | 曲率张量 | 184 |
| | 5.5.1 | 预先的观察 | 184 |
| | 5.5.2 | 曲率张量的坐标定义 | 184 |
| | 5.5.3 | 曲率张量的不变的定义 | 185 |
| | 5.5.4 | 黎曼曲率张量的代数性质 | 186 |
| | 5.5.5 | 黎曼曲率张量的某些应用 | 189 |
| 第六章 同调论 192 | | | |
| | 6.1 | 外微分形式的演算 上同调 | 193 |
| | 6.1.1 | 外微分形式的微分 | 193 |
| | 6.1.2 | 光滑流形的上同调(De Ram 上同调) | 196 |
| | 6.1.3 | 上同调群的拓扑性质 | 199 |
| | 6.2 | 外形式的积分 | 202 |
| | 6.2.1 | 微分形式在流形上的积分 | 202 |
| | 6.2.2 | Stokes 公式 | 203 |
| | 6.3 | 映射度及其应用 | 206 |

| | | |
|------------------------|---------------------|-----|
| 6.3.1 | 映射度 | 206 |
| 6.3.2 | 代数基本定理 | 207 |
| 6.3.3 | 形式的积分 | 208 |
| 6.3.4 | 超曲面的 Gauss 映射 | 208 |
| 第七章 黎曼几何的简单变分问题 | | 211 |
| 7.1 | 泛函的概念 极值函数 Euler 方程 | 211 |
| 7.2 | 测地线的极值性 | 216 |
| 7.3 | 极小曲面 | 219 |
| 7.4 | 变分法和辛几何 | 221 |
| 译者后记 | | 233 |