

| | |
|--|----|
| Предисловие | 7 |
| Лекция 1. Кривые в евклидовом пространстве. Плоские кривые | 9 |
| 1.1. Параметрические кривые | 9 |
| 1.2. Кривые-графики и неявные кривые | 11 |
| 1.3. Определение регулярной кривой | 12 |
| 1.4. Длина кривой, натуральный параметр | 13 |
| 1.5. Кривизна регулярной кривой | 15 |
| 1.6. Плоские кривые | 15 |
| Задачи | 18 |
| Дополнительный материал | 18 |
| Лекция 2. Кривые в трехмерном пространстве | 27 |
| 2.1. Формулы Френе | 27 |
| 2.2. Натуральные уравнения | 29 |
| Задачи | 31 |
| Дополнительный материал | 32 |
| Лекция 3. Поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности | 33 |
| 3.1. Параметрические поверхности | 33 |
| 3.2. Поверхности-графики и неявные поверхности | 34 |
| 3.3. Определение регулярной поверхности | 36 |
| 3.4. Отображения регулярной поверхности | 37 |
| 3.5. Кривые на поверхности, координатные линии, касательное пространство, канонический базис | 38 |
| 3.6. Первая фундаментальная форма поверхности, или индуцированная метрика | 40 |
| 3.7. Изометрии поверхностей | 44 |
| Задачи | 46 |
| Дополнительный материал | 47 |
| Лекция 4. Поверхности. Вторая фундаментальная форма | 51 |
| 4.1. Определение второй фундаментальной формы регулярной поверхности | 51 |

| | |
|--|------------|
| 4.2. Геометрический смысл второй формы — кривизны плоских сечений | 54 |
| 4.3. Главные кривизны и главные направления | 55 |
| 4.4. Средняя и гауссова кривизны | 58 |
| 4.5. О теореме Бонне | 61 |
| Задачи | 61 |
| Дополнительный материал | 62 |
| Лекция 5. Элементы дифференциального исчисления на поверхностях | 71 |
| 5.1. Дериационные формулы Вейнгартена–Гаусса | 71 |
| 5.2. Теорема Гаусса | 75 |
| 5.3. Ковариантная производная касательного векторного поля | 76 |
| Дополнительный материал | 80 |
| Лекция 6. Геодезические на поверхностях | 81 |
| 6.1. Определение и простейшие свойства геодезических | 81 |
| 6.2. Примеры геодезических, теорема Клеро | 85 |
| Задачи | 89 |
| Дополнительный материал | 89 |
| Лекция 7. Криволинейные координаты в области и на поверхности | 93 |
| 7.1. Определение криволинейной системы координат | 93 |
| 7.2. Примеры криволинейных систем координат | 96 |
| 7.3. Касательное пространство к области в точке | 97 |
| 7.4. Евклидова метрика в криволинейных координатах | 99 |
| 7.5. Криволинейные координаты на поверхностях | 100 |
| 7.6. Стереографические координаты на сфере | 101 |
| Задачи | 103 |
| Дополнительный материал | 103 |
| Лекция 8. Риманова и псевдориманова метрики | 109 |
| 8.1. Риманова метрика и скалярное произведение | 110 |
| 8.2. Билинейные формы и псевдориманова метрика | 111 |
| 8.3. Пространство Минковского | 114 |
| Задачи | 117 |
| Дополнительный материал | 117 |
| Лекция 9. Геометрия Лобачевского | 121 |
| 9.1. Неевклидовы геометрии | 121 |
| Эллиптическая геометрия | 121 |
| Плоскость Лобачевского (гиперболическая геометрия) | 122 |
| 9.2. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского | 123 |
| 9.3. Дробно-линейные преобразования плоскости | 124 |
| 9.4. Запись метрики в комплексной форме | 128 |
| 9.5. Модель верхней полуплоскости | 129 |
| 9.6. Изометрии плоскости Лобачевского | 130 |

| | |
|---|------------|
| Задачи | 132 |
| Дополнительный материал | 133 |
| Лекция 10. Топологические пространства | 139 |
| 10.1. Метрические и топологические пространства | 139 |
| Метрические пространства | 139 |
| Топологические пространства | 142 |
| 10.2. Непрерывные отображения | 145 |
| Задачи | 147 |
| Дополнительный материал | 148 |
| Лекция 11. Классы топологических пространств | 151 |
| 11.1. Связность | 151 |
| 11.2. Аксиомы отделимости | 153 |
| 11.3. Компактность | 155 |
| Задачи | 158 |
| Дополнительный материал | 159 |
| Лекция 12. Многообразия | 163 |
| 12.1. Топологические многообразия | 163 |
| 12.2. Функции и отображения | 165 |
| 12.3. Гладкие многообразия | 166 |
| 12.4. Простейшие примеры гладких многообразий | 167 |
| 12.5. Гладкие функции, гладкие отображения, диффеоморфизмы | 168 |
| 12.6. Задание многообразий уравнениями — геометрический смысл теоремы о неявной функции | 171 |
| Задачи | 174 |
| Дополнительный материал | 175 |
| Лекция 13. Касательное пространство к многообразию, дифференциал | 177 |
| 13.1. Определение касательного вектора | 177 |
| 13.2. Касательное расслоение | 182 |
| 13.3. Определение дифференциала | 184 |
| 13.4. Локальные свойства отображений | 185 |
| Задачи | 188 |
| Дополнительный материал | 189 |
| Лекция 14. Вложения многообразий в евклидово пространство | 193 |
| 14.1. Существование вложения | 193 |
| 14.2. Теорема Сарда | 195 |
| 14.3. Теорема Уитни | 198 |
| Задачи | 200 |
| Дополнительный материал | 201 |
| Лекция 15. Дополнительные структуры: риманова метрика, ориентируемость | 203 |
| 15.1. Риманова метрика, римановы многообразия | 203 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 281 | 15.2. Изометрии | 207 |
| 881 | 15.3. Ориентируемость многообразия | 207 |
| 081 | Задачи | 212 |
| 081 | Дополнительный материал | 213 |

Лекция 16. Классификация связных компактных двумерных многообразий 215

| | | |
|-----|--|-----|
| 541 | 16.1. Склейки многоугольников | 215 |
| 741 | 16.2. Заклеивание сферы | 217 |
| 841 | 16.3. Теорема классификации | 219 |
| 151 | Триангуляции | 219 |
| 151 | Канонические склейки многоугольников | 220 |
| 251 | Последний шаг, эйлерова характеристика | 221 |
| 251 | Вместо послесловия | 224 |

Список литературы 224

| | | |
|-----|-----------------------------------|--|
| 051 | Лекция 6. | |
| 201 | 6.1. | |
| 201 | 6.2. | |
| 301 | Задачи | |
| 401 | Дополнительный материал | |
| 701 | Лекция 8. | |