

Предисловие	v
Введение	vi
ГЛАВА 1. Предварительные сведения	1
1.1. Графы	1
1.1.1. Топологические и оснащенные графы, их эквивалентность	2
1.1.2. Операции над графиками	4
1.1.3. Граница графа, локальный график	7
1.1.4. Гладкая структура на топологическом графике	8
1.2. Параметрические сети	8
1.2.1. Основные определения	8
1.2.2. Классы гладкости сетей	10
1.3. Сети-следы	11
1.3.1. Сети-следы и их канонические представители	13
1.4. Постановка вариационной задачи	16
1.4.1. Конструкция реберных функционалов	17
1.4.2. Конструкция реберных функционалов для сетей фиксированной топологии	21
ГЛАВА 2. Критерии экстремальности сетей	24
2.1. Локальная структура экстремальных параметрических сетей	25
2.2. Локальная структура экстремальных сетей-следов	30
2.2.1. Гладкие лагранжианы	30
2.2.2. Квазирегулярные лагранжианы	32
ГЛАВА 3. Линейные сети	42
3.1. Взаимно параллельные линейные сети с данной границей	43
3.2. Геометрия плоских линейных деревьев	48
3.2.1. Число вращения вложенного плоского линейного дерева	49

3.2.2. Основная теорема	50
3.3. К доказательству теоремы 3.2	50
3.3.1. Плоские ломаные I: случай общего положения	51
3.3.2. Плоские ломаные II: общий случай	58
3.3.3. Число вращения плоского линейного дерева	65
3.3.4. Доказательство теоремы 3.2	69
3.3.5. Случай $p = q$	69
3.3.6. Случай $p < q$	72
ГЛАВА 4. Экстремали функционалов типа длины: случай параметрических сетей	75
4.1. Экстремальные параметрические сети для функционала римановой длины	75
4.2. Локальная структура взвешенных экстремальных параметрических сетей	81
4.3. Многогранник взвешенных экстремальных сетей в \mathbb{R}^N с заданными типом и границей	83
4.3.1. Структура множества взвешенных экстремальных сетей	85
4.3.2. Погруженные взвешенные экстремальные сети Штейнера на плоскости	90
4.4. Глобальное устройство плоских взвешенных экстремальных деревьев	92
4.5. Н. С. Гусев. О выпуклых реализациях плоских линейных деревьев	93
4.6. Геометрия плоских вложенных экстремальных взвешенных бинарных деревьев	97
4.6.1. Число вращения плоского вложенного взвешенного бинарного дерева	98
ГЛАВА 5. Экстремали функционала длины: случай сетей-следов	102
5.1. Локально минимальные сети на евклидовой плоскости	103
5.1.1. Соответствие между плоскими бинарными деревьями и диагональными триангуляциями	104
5.1.2. Структурные элементы диагональных триангуляций	106
5.1.3. Паркетная реализация бинарных деревьев с не превосходящим пяти числом вращения	108
5.1.4. Паркеты и их свойства	110
5.1.5. Структурные элементы скелетов из WP_3	114

5.1.6.	Операции редукции и антиредукции	115
5.1.7.	Боковины и их свойства	118
5.1.8.	Теорема классификации скелетов из WP_5	119
5.1.9.	Расположение наростов в паркетах, принадлежащих WP_5 , на их скелетах	122
5.1.10.	Теорема реализации	123
5.1.11.	Локально минимальные бинарные деревья с правильной границей	124
5.1.12.	Наросты и линейные участки локально минимальных сетей с выпуклыми границами	127
5.1.13.	Квазивертикальные границы, которые нельзя затянуть ни одним локально минимальным бинарным деревом	148
5.1.14.	Невырожденные локально минимальные сети с выпуклой границей. Циклический случай	149
5.2.	Замкнутые локально минимальные сети на замкнутых поверхностях постоянной кривизны	162
5.2.1.	Локально минимальные сети на поверхностях постоянной положительной кривизны	164
5.2.2.	Классификация замкнутых минимальных сетей на плоских торах	167
5.2.3.	Классификация замкнутых минимальных сетей на плоских бутылках Клейна	183
5.2.4.	Замкнутые сети на двумерных поверхностях отрицательной кривизны	191
5.3.	Замкнутые локально минимальные сети на поверхностях многогранников	196
5.3.1.	Общие свойства локально минимальных сетей на многогранниках	197
5.3.2.	Метрические и топологические ограничения на устройство замкнутых локально минимальных сетей	204
5.3.3.	Классификация замкнутых локально минимальных сетей на правильном тетраэдре	209
5.3.4.	Алгоритм “размножения” замкнутых локально минимальных сетей на многогранниках	215
5.3.5.	Замкнутые геодезические на кубе	220
5.4.	М. В. Пронин. Индексы Морса локально минимальных сетей	221
5.4.1.	Введение	221
5.4.2.	Индексная форма	222

5.4.3.	Локально минимальные сети на многообразиях неположительной кривизны	227
5.4.4.	Локально минимальные сети на сфере	229
5.4.5.	Теорема об индексе	231
5.5.	Г. А. Карпунин. Минимальные сети и комбинаторная теория Морса	235
5.5.1.	Введение	235
5.5.2.	Минимальные сети	236
5.5.3.	Комбинаторная теория Морса	244
ГЛАВА 6. Экстремали функционалов, заданных нормами		261
6.1.	Нормы общего вида	264
6.1.1.	Локально минимальные и экстремальные сети	264
6.1.2.	Формула первой вариации длины отрезка в нормированном пространстве	265
6.1.3.	Устройство экстремальных кривых	271
6.1.4.	Локальная структура экстремальных линейных параметрических сетей	272
6.1.5.	Критерий экстремальности линейных сетей—следов	280
6.2.	Устойчивость экстремального бинарного дерева при деформациях граничного множества	287
6.3.	Плоские нормы со строго выпуклыми гладкими окружностями	290
6.3.1.	Критерий экстремальности сетей—следов	290
6.3.2.	Геометрия экстремальных сетей—следов	294
6.4.	Манхэттенские локально минимальные и экстремальные сети	304
6.4.1.	Общие свойства	305
6.4.2.	Экстремальные сети и линейные сети	306
6.4.3.	Экстремальные манхэттенские сети на плоскости	307
6.5.	Д. П. Ильютко. N -нормированные плоскости	319
6.5.1.	Локально минимальные сети на n -нормированных плоскостях	319
6.5.2.	Экстремальные сети на n -нормированных плоскостях, где $2n \equiv 1 \pmod{3}$	324
ГЛАВА 7. Отношение Штейнера		342
7.1.	Отношения Штейнера общих метрических пространств	344
7.2.	Отношение Штейнера римановых многообразий	348
7.3.	Отношение Штейнера нормированных пространств	354

7.3.1.	Следствия общей теории	355
7.3.2.	Исследование отношения Штейнера с помощью расстояния Банаха–Мазура	356
7.3.3.	Пространства с ℓ_p -нормой	357
7.3.4.	λ -геометрии	363
7.4.	Отношение Штейнера и другие задачи дискретной гео- метрии	364
7.4.1.	Число Юнга	364
7.4.2.	Упаковки и покрытия	365
7.4.3.	Проблема Тамма	369
ПРИЛОЖЕНИЕ.	Некоторые нерешенные задачи	370
Литература		380
Список иллюстраций		390
Алфавитный указатель		394