

Предисловие	3
Глава 1. Клеточные комплексы, гомологии	5
§ 1. Клеточные комплексы и их простейшие свойства	5
1. Первые определения. — 2. Примеры клеточных комплексов	5
§ 2. Группы сингулярных гомологий	9
1. Сингулярные симплексы, граничный оператор, группы гомологий. — 2. Цепные комплексы, цепная гомотопия, гомотопическая инвариантность групп гомологий	9
Глава 2. Критические точки гладких функций на многообразиях	15
§ 3. Критические точки и геометрия поверхностей уровня	15
1. Определение критических точек. — 2. Каноническое представление функции в окрестности невырожденной критической точки. — 3. Топологическая структура поверхностей уровня функции в окрестности критических точек. — 4. Представление многообразия в виде клеточного комплекса, связанное с функцией Морса. — 5. Операция приклейки ручек и разложение компактного многообразия в сумму ручек.	15
§ 4. Точки бифуркации и их связь с гомологиями	27
1. Определение точек бифуркации. — 2. Теорема, связывающая полиномы Пуанкаре функции и многообразия. — 3. Некоторые следствия. — 4. Критические точки функций на двумерных многообразиях.	27
§ 5. Критические точки функций и категория многообразия	40
1. Определение категории. — 2. Топологические свойства категории. — 3. Формулировка теоремы о нижней границе числа точек бифуркации. — 4. Доказательство теоремы. — 5. Примеры вычисления категории.	40
§ 6. Правильные функции Морса и бордизмы	53
1. Бордизмы. — 2. Разложение бордизма в композицию элементарных бордизмов. — 3. Градиентно-подобные поля и сепаратрисные диски. — 4. Перестройки поверхностей уровня гладкой функции. — 5. Построение правильных функций Морса. — 6. Двойственность Пуанкаре.	53
Глава 3. Топология трехмерных многообразий	71
§ 7. Каноническое представление трехмерных многообразий	71
1. Правильные функции Морса и диаграммы Хегора. — 2. Примеры диаграмм Хегора. — 3. Кодирование трехмерных многообразий при помощи сетей. — 4. Сети и сепаратрисные диаграммы.	71
§ 8. Задача распознавания трехмерной сферы	81
1. Гомологические сферы. — 2. Гомотопические сферы.	81
§ 9. Об алгоритмической классификации многообразий	88
1. Фундаментальные группы трехмерных многообразий. — 2. Фундаментальные группы четырехмерных многообразий. — 3. О невозможности классификации гладких многообразий в размерностях, больших, чем три.	88
Глава 4. Симметрические пространства	95
§ 10. Основные свойства симметрических пространств, их модели и группы изометрий	95

1. Определение симметрических пространств. — 2. Группы Ли как симметрические пространства. — 3. Свойства тензора кривизны. — 4. Инволютивные автоморфизмы и связанные с ними симметрические пространства. — 5. Картановская модель симметрического пространства. — 6. Геометрия картановских моделей. — 7. Некоторые важные примеры симметрических пространств.	109
§ 11. Геометрия групп Ли	
1. Полупростые группы и алгебры Ли. — 2. Картановские подалгебры. — 3. Корни полупростой алгебры Ли и ее корневое разложение. — 4. Некоторые свойства системы корней. — 5. Системы корней простых алгебр Ли.	109
§ 12. Компактные группы	124
1. Вещественные формы. — 2. Компактная форма.	124
§ 13. Орбиты присоединенного представления	132
1. Орбиты общего положения и сингулярные орбиты. — 2. Орбиты в группах Ли. — 3. Доказательство теоремы сопряженности максимальных торов в компактной группе Ли. — 4. Группа Вейля и ее связь с орбитами.	132
Глава 5. Симплектическая геометрия	149
§ 14. Симплектические многообразия	149
1. Симплектическая структура и ее каноническое представление. Кососимметрический градиент. — 2. Гамильтоновы векторные поля. — 3. Скобка Пуассона и интегралы гамильтоновых полей. — 4. Теорема Лиувилля (коммутативное интегрирование гамильтоновых систем).	149
§ 15. Некоммутативное интегрирование гамильтоновых систем	163
1. Некоммутативные алгебры Ли интегралов. — 2. Теорема о некоммутативном интегрировании. — 3. Редукция гамильтоновых систем с некоммутативными симметриями. — 4. Орбиты (ко)присоединенного представления как симплектические многообразия.	163
Глава 6. Геометрия и механика	177
§ 16. Вложение гамильтоновых систем в алгебры Ли	177
1. Постановка задачи и полные коммутативные наборы функций. — 2. Уравнения движения многомерного твердого тела с закрепленной точкой и их аналоги на полупростых алгебрах Ли. Комплексная полупростая серия. — 3. Гамильтоновы системы компактной и нормальной серий. — 4. Секционные операторы и соответствующие им динамические системы на орбитах. — 5. Уравнения движения многомерного твердого тела по инерции в идеальной жидкости.	177
§ 17. Полная интегрируемость некоторых гамильтоновых систем на алгебрах Ли	199
1. Метод сдвига аргумента и построение коммутативных алгебр интегралов на орбитах в алгебрах Ли. — 2. Примеры для алгебр Ли so_3 и so_4 . — 3. Случай полной интегрируемости уравнений движения многомерного твердого тела с закрепленной точкой в отсутствие силы тяжести и полная интегрируемость их аналогов на полупростых алгебрах Ли. — 4. Случай полной интегрируемости уравнений движения многомерного твердого тела по инерции в идеальной жидкости. — 5. Конечномерные аппроксимации уравнений магнитной гидродинамики и случаи их полной интегрируемости.	199
Литература	214