

А.П. Фоменко

МАТЕМАТИКА
и *МИФ*
СКВОЗЬ ПРИЗМУ
ГЕОМЕТРИИ

Издательство
Московского университета
2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

Ю. И. Манин. Вместо предисловия

Введение. Геометрические образы и ассоциации в математике

I. Геометрические ассоциации в топологии

Рогатая сфера (сфера Александера)	1
Двумерные поверхности в трехмерном пространстве	2
Локально гомологически нетривиальное пространство.....	3
Расслоенные пространства	4
Топологический зоопарк	5
Теорема о симплициальной аппроксимации	6
Выворачивание двумерной сферы наизнанку в трехмерном пространстве.....	7
Расслоение Хопфа и разбиение трехмерной сферы	8
Действие фундаментальной группы на высших гомотопических группах	9
Спектральные последовательности и орбиты действия групп.....	10
Спектральная последовательность.....	11
Косы и зацепления	12
Операция разрезания поверхности.....	13
Алгебраические операции с геометрическими объектами	14
Гомеоморфизм	15
Гомеоморфизм, достаточно близкий к тождественному	16
Развертка триангуляции шара	17
«Теорема о мостовых».....	18
Нетривиальный узел в трехмерном пространстве	19
Гомеоморфизмы двумерных поверхностей	20
Гомотопия и вязкая жидкость	21
Топологическая задача «о расцеплении зацепленных пальцев»	22–26

II. Геометрические ассоциации в теории многообразий

Касательное расслоение.....	27
Бильярды и эргодичность	28
Бильярд. Клеточные комплексы	29
Внутренние и граничные точки многообразия. Симметрические пространства	30
Гауссово отображение.....	31

Комплексная динамика и множества Жулия	32
Кривизна и кручение	33
Проблема алгоритмического распознавания стандартной трехмерной сферы в классе всех трехмерных многообразий	34
Двумерная сфера в трехмерном пространстве может быть вывернута наизнанку	35
Операции скручивания, или операции Дена	36
Между двумя максимумами всегда есть седловая критическая точка	37
III. Геометрические ассоциации в математическом анализе	
Критические невырожденные многообразия гладких функций	38
Поверхность уровня сложной гладкой функции	39
Особые точки алгебраических поверхностей	40
Функции Морса и теорема об эйлеровой характеристике	41
График непрерывной, но не гладкой функции	42
Правильные функции Морса на трехмерных многообразиях	43
Особенности гладких функций	44
Риманова поверхность функции $w = (1 - z^2)^{1/4}$	45
Деформация римановой поверхности алгебраической функции	46
IV. Геометрические ассоциации в теории дифференциальных уравнений и физике	
Теория возникновения и распространения трещин в сплошной среде	47
Эффект намагничивания	48
Векторные поля с нулевой дивергенцией	49
Удар	50
Теория колебаний, волновые процессы	51
График непрерывной, но не гладкой функции	52
Задача о вихрях	53
Движение частиц в электромагнитном поле	54
Случаи интегрируемости и неинтегрируемости гамильтоновой системы, описывающей движение нескольких вихрей	55
Пограничный слой	56
Картина обтекания шара набегающим потоком газа	57
Вибрация жидкости и форма капли	58
Сфера Пуассона	59
Качение и скольжение	60
V. Геометрические ассоциации в вариационном исчислении	
Этап доказательства теоремы существования глобально минимальных поверхностей	61
Дискретные группы, порожденные отражениями	62

Теорема Пуассона–Лапласа и принципы Плато	63
Площадь поверхности стремится к нулю, а «предел» поверхности совпадает со всем пространством	64
Полиэдры и матрицы инциденций	65
Орбита действия бесконечной группы	66
Двумерные полиэдры, матрицы инциденций, группы цепей	67
Градиентный спуск	68
Ориентируемость и неориентируемость многообразий	69
2-Адический соленоид	70
Гомотопия и отрыв капли от твердой поверхности	71
Пространственная задача многих тел в небесной механике	72
Элементы топологии многообразий	73, 74

VI. Геометрические ассоциации в алгоритмической и компьютерной геометрии

Проблема распознавания образов	75
Теорема о фундаментальных группах четырехмерных многообразий	76
Интеграл Римана	77
Ряды Фурье	78
От хаоса к порядку	79
Неорганизованный хаос и геометрия	80
Гауссовы распределения. I	81
Гауссовы распределения. II	82
Вероятностные случайные процессы	83
Замечательные числа. I	84
Замечательные числа. II	85
Спайны двух трехмерных гиперболических компактных замкнутых многообразий наименьшей сложности	86
Геометрия и вероятность	87
Статистическая фантазия	88
Компьютерная геометрия в теории чисел	89

VII. Геометрические ассоциации в романе М. А. Булгакова «Мастер и Маргарита»

Склейка полиэдров уменьшает их общую границу (топология)	90
Полиэдры и симплициальные цепи (алгебраическая топология)	91
Взгляд	92
Казнь Иешуа	93
Марк Крысобой	94
Полиэдры и их границы (топология)	95
Симплициальные комплексы (алгебраическая топология)	96
Казнь	97

«Тьма закрыла Ершалаим»	98
Левий Матвей.....	99
Мастер и Маргарита	100
Маргарита и зодиакальное созвездие Скорпиона	101
Двумерный тор как фактор плоскости по действию группы $Z + Z$ (группы Ли)	102
Евклидова плоскость — простейшая минимальная поверхность (минимальные поверхности).....	103
Алгебраические поверхности высокого порядка и теорема о симплициальной аппроксимации (топология и теория функций).....	104
Одномерная проблема Плато. Задача Штейнера (вариационное исчисление) .	105
Точки бифуркаций (анализ)	106
Ретракция пространства на его подпространство (топология)	107
Ночной разговор	108
Граничный оператор (алгебраическая топология).....	109
Полиэдры. Отрыв капли жидкости от твердой поверхности (геометрия и гидростатика).....	110
Общая граница полиэдров может уменьшиться при их склейке (теория полиэдров)	111
Рост кристаллов (кристаллография)	112
Доклад Афрания	113
Преломление света внутри кристалла (геометрическая оптика).....	114
Внутри кристалла (геометрическая оптика).....	115
Симплициальные, кубические, клеточные цепи (теория гомологий).....	116
Геометрическая фантазия.....	117

VIII. Геометрические ассоциации в общематематических концепциях

Звездная диаграмма Герцшпрунга–Рессела.....	118
Геометрическая фантазия.....	119
Портрет Елены Кузьменко	120
Математическая бесконечность и ее реализация в геометрии и топологии	121
Антидюрер. Из цикла «Диалог с авторами XVI века»	122
Антибрейгель. Из цикла «Диалог с авторами XVI века»	123
Симплициальные пространства и клеточные пространства.	
Кристалл и жидкость	124
Музыкальный клуб «Топаз» механико-математического факультета МГУ	125
Портрет жены Татьяны	126
Геометрическая фантазия. Библейская легенда о начале страшного суда.....	127
Апокалипсис	128
Математическая бесконечность	129
Искушение святого Антония	130
Фанатики. Геометрическая фантазия	131

Пуп земли. Геометрическая фантазия	132
Топологическая фантазия на тему работы фотографа Stefan'a Arczynski: «Zdjecie do Plakatu: Pantomima Wroclawska»	133
Созвездие Девы	134
Распятие на Голгофе	135
Слова Юлия Цезаря перед смертью: «И ты, Брут...»	136
Неустойчивое равновесие.....	137
Атланты	138
Легенда о «Летучем Голландце»	139

IX

Тяжелый волчок, плавающий в пространстве	140
Конструирование сложных полиэдров из простых	141
Турбулентность.....	142
Топологические перестройки поверхностей уровня гладких функций на многообразиях	143
Топологические гомеоморфизмы	144
Аналитические функции и поверхности	145
Алгебраическая поверхность Куммера и ее особые точки	146
Особые точки векторных полей и пограничный слой при обтекании твердого тела в жидкости	147

Краткие сведения об авторе