

Предисловие	6
ГЛАВА 1. Клеточные комплексы, гомологии	8
§ 1. Клеточные комплексы и их простейшие свойства	8
1. Первые определения (8). 2. Примеры клеточных комплексов (9).	
§ 2. Группы сингулярных гомологий	12
1. Сингулярные симплексы, граничный оператор, группы гомологий (12). 2. Цепные комплексы, цепная гомотопия, гомотопическая инвариантность групп гомологий (15).	
ГЛАВА 2. Критические точки гладких функций на многообразиях	19
§ 3. Критические точки и геометрия поверхностей уровня	19
1. Определение критических точек (19). 2. Каноническое представление функции в окрестности невырожденной критической точки (21). 3. Топологическая структура поверхностей уровня функции в окрестности критических точек (24). 4. Представление многообразия в виде клеточного комплекса, связанное с функцией Морса (27). 5. Операция приклейки ручек и разложение компактного многообразия в сумму ручек (29).	
§ 4. Точки бифуркации и их связь с гомологиями	33
1. Определение точек бифуркации (33). 2. Теорема, связывающая полиномы Пуанкаре функции и многообразия (36). 3. Некоторые следствия (38). 4. Критические точки функций на двумерных многообразиях (42).	
§ 5. Критические точки функций и категория многообразия	48
1. Определение категории (48). 2. Топологические свойства категории (49). 3. Формулировка теоремы о нижней границе числа точек бифуркации (52). 4. Доказательство теоремы (54). 5. Примеры вычисления категории (57).	

§ 6.	Правильные функции Морса и бордизмы	62
	1. Бордизмы (62). 2. Разложение бордизма в композицию элементарных бордизмов (63). 3. Градиентно-подобные поля и сепаратрисные диски (66). 4. Перестройки поверхностей уровня гладкой функции (67). 5. Построение правильных функций Морса (70). 6. Двойственность Пуанкаре (77).	
ГЛАВА 3.	Топология трехмерных многообразий	83
§ 7.	Каноническое представление трехмерных многообразий	83
	1. Правильные функции Морса и диаграммы Хегора (83). 2. Примеры диаграмм Хегора (85). 3. Кодирование трехмерных многообразий при помощи сетей (88). 4. Сети и сепаратрисные диаграммы (92).	
§ 8.	Задача распознавания трехмерной сферы	94
	1. Гомологические сферы (94). 2. Гомотопические сферы (100).	
§ 9.	Об алгоритмической классификации многообразий	103
	1. Фундаментальные группы трехмерных многообразий (103). 2. Фундаментальные группы четырехмерных многообразий (104). 3. О невозможности классификации гладких многообразий в размерностях, больших, чем три (106).	
ГЛАВА 4.	Симметрические пространства	110
§ 10.	Основные свойства симметрических пространств, их модели и группы изометрии	110
	1. Определение симметрических пространств (110). 2. Группы Ли как симметрические пространства (110). 3. Свойства тензора кривизны (112). 4. Инволютивные автоморфизмы и связанные с ними симметрические пространства (113). 5. Картановская модель симметрического пространства (115). 6. Геометрия картановских моделей (118). 7. Некоторые важные примеры симметрических пространств (121).	
§ 11.	Геометрия групп Ли	126
	1. Полупростые группы и алгебры Ли (126). 2. Картановские подалгебры (128). 3. Корни полупростой алгебры Ли и ее корневое разложение (130). 4. Некоторые свойства системы корней (133). 5. Системы корней простых алгебр Ли (139).	
§ 12.	Компактные группы	143
	1. Вещественные формы (143). 2. Компактная форма (145).	
§ 13.	Орбиты присоединенного представления	153
	1. Орбиты общего положения и сингулярные орбиты (153). 2. Орбиты в группах Ли (157). 3. Доказательство теоремы сопря-	

женности максимальных торов в компактной группе Ли (159).
4. Группа Вейля и ее связь с орбитами (168).

ГЛАВА 5. Симплектическая геометрия	172
§ 14. Симплектические многообразия	172
1. Симплектическая структура и ее каноническое представление. Кососимметрический градиент (172). 2. Гамильтоновы векторные поля (176). 3. Скобка Пуассона и интегралы гамильтоновых полей (178). 4. Теорема Лиувилля (коммутативное интегрирование гамильтоновых систем) (182).	
§ 15. Некоммутативное интегрирование гамильтоновых систем	188
1. Некоммутативные алгебры Ли интегралов (188). 2. Теорема о некоммутативном интегрировании (190). 3. Редукция гамильтоновых систем с некоммутативными симметриями (193). 4. Орбиты (ко)присоединенного представления как симплектические многообразия. (202).	
ГЛАВА 6. Геометрия и механика	204
§ 16. Вложение гамильтоновых систем в алгебры Ли	204
1. Постановка задачи и полные коммутативные наборы функций (204). 2. Уравнения движения многомерного твердого тела с закрепленной точкой и их аналоги на полупростых алгебрах Ли. Комплексная полупростая серия (208). 3. Гамильтоновы системы компактной и нормальной серий (213). 4. Секционные операторы и соответствующие им динамические системы на орбитах (217). 5. Уравнения движения многомерного твердого тела по инерции в идеальной жидкости (221).	
§ 17. Полная интегрируемость некоторых гамильтоновых систем на алгебрах Ли	228
1. Метод сдвига аргумента и построение коммутативных алгебр интегралов на орбитах в алгебрах Ли (228). 2. Примеры для алгебр Ли so_3 и so_4 . (234). 3. Случаи полной интегрируемости уравнений движения многомерного твердого тела с закрепленной точкой в отсутствие силы тяжести и полная интегрируемость их аналогов на полупростых алгебрах Ли (238). 4. Случаи полной интегрируемости уравнений движения многомерного твердого тела по инерции в идеальной жидкости (242). 5. Конечномерные аппроксимации уравнений магнитной гидродинамики и случаи их полной интегрируемости (245).	
Литература	247