

Предисловие к первому изданию	7
Предисловие ко второму изданию	10
Глава 1. Геометрия в области пространства. Основные понятия	11
§ 1. Системы координат	11
1. Декартовы координаты в пространстве (11). 2. Замена координат (12).	
§ 2. Евклидово пространство	16
1. Кривая в евклидовом пространстве (16). 2. Квадратичные формы и векторы (21).	
§ 3. Римановы и псевдоримановы пространства	23
1. Риманова метрика (23). 2. Метрика Минковского (26).	
§ 4. Простейшие группы преобразований	28
1. Группы преобразований области (28). 2. Преобразование плоскости (29). 3. Движения трехмерного евклидова пространства (34). 4. Другие примеры групп преобразований (37).	
§ 5. Формулы Френе	39
1. Кривизна плоских кривых (39). 2. Пространственные кривые. Кривизна и кручение (43). 3. Ортогональные преобразования, зависящие от параметра (46).	
§ 6. Псевдоевклидовы пространства	48
1. Простейшие понятия специальной теории относительности (48). 2. Преобразования Лоренца (50).	
Глава 2. Теория поверхностей	56
§ 7. Геометрия на поверхности в пространстве	56
1. Координаты на поверхности (56). 2. Касательная плоскость (58). 3. Метрика на поверхности (60). 4. Площадь поверхности (62).	
§ 8. Вторая квадратичная форма	66
1. Кривизна кривых на поверхности в евклидовом пространстве (66). 2. Инварианты пары квадратичных форм (68). 3. Свойства второй квадратичной формы (69).	
§ 9. Метрика сферы	74
§ 10. Пространственноподобные поверхности	76
1. Псевдосфера (76). 2. Кривизна пространственноподобных поверхностей в \mathbb{R}_1^3 (78).	
§ 11. Комплексный язык в геометрии	79
1. Комплексные и вещественные координаты (79). 2. Эрмитово скалярное произведение (80). 3. Примеры групп комплексных преобразований (82).	
§ 12. Аналитические функции	83

1. Комплексная запись элемента длины и дифференциала функции (83).	
2. Комплексные замены координат (85).	
3. Поверхности в комплексном пространстве (87).	
§ 13. Конформный вид метрик поверхностей	89
1. Изотермические координаты. Гауссова кривизна в конформных координатах (89).	
2. Метрики сферы и плоскости Лобачевского в конформном виде (93).	
3. Поверхности постоянной кривизны (95).	
§ 14. Группы преобразований как поверхности в N -мерном пространстве . .	96
1. Координаты в окрестности единицы (96).	
2. Экспонента от матрицы (101).	
3. Кватернионы (103).	
§ 15. Конформные преобразования	107
Глава 3. Тензоры. Алгебраическая теория	113
§ 16. Примеры тензоров	113
§ 17. Общее определение тензора	118
1. Закон преобразования компонент тензоров произвольного ранга (118).	
2. Алгебраические операции над тензорами (123).	
§ 18. Тензоры типа $(0, k)$	125
1. Дифференциальная форма записи тензоров с нижними индексами (125).	
2. Кососимметрические тензоры типа $(0, k)$ (127).	
3. Внешнее произведение дифференциальных форм. Внешняя алгебра (129).	
4. Кососимметрические тензоры типа $(k, 0)$ (поливекторы). Интеграл от антикоммутирующих переменных (130).	
§ 19. Тензоры в римановом и псевдоримановом пространстве	132
1. Поднятие и опускание индексов (132).	
2. Собственные значения квадратичной формы (134).	
3. Оператор $*$ (135).	
4. Тензоры в евклидовом пространстве (135).	
§ 20. Кристаллографические группы	136
§ 21. Тензоры ранга 2 в псевдоевклидовом пространстве	151
1. Кососимметрические тензоры. Инварианты электромагнитного поля (151).	
2. Симметрические тензоры и собственные значения. Тензор энергии-импульса электромагнитного поля (155).	
§ 22. Поведение тензоров при отображениях	157
1. Общая операция ограничения тензоров с нижними индексами (157).	
2. Отображение касательных пространств (158).	
§ 23. Векторные поля	158
1. Однопараметрические группы диффеоморфизмов (158).	
2. Экспонента от векторного поля (160).	
3. Производная Ли. Примеры (161).	
§ 24. Алгебры Ли	164
1. Алгебры Ли и векторные поля (164).	
2. Основные матричные алгебры Ли (165).	
3. Линейные векторные поля (170).	
4. Левоинвариантные поля на группах преобразований (171).	
5. Метрика Киллинга (173).	
6. Классификация трехмерных алгебр Ли (174).	
7. Алгебра Ли конформной группы (175).	

Глава 4. Дифференциальное исчисление тензоров 179

- § 25. Дифференциальное исчисление кососимметрических тензоров 179
1. Градиент кососимметрического тензора (179). 2. Внешний дифференциал формы (181).
- § 26. Кососимметрические тензоры и теория интегрирования 186
1. Интегрирование дифференциальных форм (186). 2. Примеры дифференциальных форм (190). 3. Общая формула Стокса. Примеры (194). 4. Доказательство общей формулы Стокса для куба (200).
- § 27. Дифференциальные формы в комплексных пространствах 202
1. Операторы d' и d'' (202). 2. Кэлерова метрика. Форма кривизны (204).
- § 28. Ковариантное дифференцирование 206
1. Евклидова связность (206). 2. Ковариантное дифференцирование тензоров произвольного ранга (213).
- § 29. Ковариантное дифференцирование и метрика 216
1. Параллельный перенос векторных полей (216). 2. Геодезические (218). 3. Связности, согласованные с метрикой (218). 4. Связности, согласованные с комплексной структурой (221).
- § 30. Тензор кривизны 224
1. Общий тензор кривизны (224). 2. Симметрии тензора кривизны. Тензор кривизны, порожденный метрикой (227). 3. Примеры: тензор кривизны двух- и трехмерных пространств, метрики Киллинга (228). 4. Уравнения Петерсона—Кодацци. Поверхности постоянной отрицательной кривизны и уравнение «sin-gordon» (232).

Глава 5. Элементы вариационного исчисления 236

- § 31. Одномерные вариационные задачи 236
1. Уравнения Эйлера—Лагранжа (236). 2. Основные примеры функционалов (239).
- § 32. Законы сохранения 242
1. Группы преобразований, сохраняющих вариационную задачу (242). 2. Некоторые примеры. Применение законов сохранения (243).
- § 33. Гамильтонов формализм 250
1. Преобразование Лежандра (250). 2. Движущиеся системы координат (252). 3. Принципы Мопертюи и Ферма. Приложения (255).
- § 34. Геометрическая теория фазового пространства 256
1. Градиентные системы (256). 2. Скобка Пуассона (258). 3. Канонические преобразования (262).
- § 35. Лагранжевы поверхности 265
1. Пучки траекторий и уравнение Гамильтона—Якоби (265). 2. Случай гамильтонианов, являющихся однородными функциями первого порядка от импульсов (268).
- § 36. Вторая вариация для уравнения геодезических 271
1. Формула второй вариации (271). 2. Сопряженные точки и условие минимальности (273).

Глава 6. Многомерные вариационные задачи. Поля и их геометрические инварианты	275
§ 37. Простейшие многомерные вариационные задачи	275
1. Уравнения Эйлера—Лагранжа (275). 2. Тензор энергии-импульса (277). 3. Уравнения электромагнитного поля (281). 4. Уравнения гравитационного поля (285). 5. Мыльные пленки (290). 6. Уравнение равновесия тонкой пластинки (294).	
§ 38. Примеры лагранжианов	298
§ 39. Простейшие понятия общей теории относительности	300
§ 40. Спинорное представление групп $SO(3)$ и $O(3,1)$	310
1. Автоморфизмы алгебры матриц (310). 2. Спинорное представление группы $SO(3)$ (312). 3. Спинорное представление группы Лоренца (313). 4. Уравнение Дирака (316). 5. Уравнение Дирака в электромагнитном поле. Оператор зарядового сопряжения (317).	
§ 41. Ковариантное дифференцирование полей	317
1. Калибровочные преобразования. Калибровочно инвариантные лагранжианы (317). 2. Форма кривизны (320). 3. Основные примеры (321).	
§ 42. Калибровочно инвариантные функционалы	324
Список литературы	329
Предметный указатель	331