

<b>ГЛАВА 1. Методы вычисления инвариантов интегрируемых гамильтоновых систем</b> . . . . .	8
1.1. Общая схема анализа топологии лиувиллева слоения . . . . .	8
1.1.1. Построение отображения момента . . . . .	8
1.1.2. Построение бифуркационной диаграммы . . . . .	8
1.1.3. Проверка боттовости системы . . . . .	9
1.1.4. Описание атомов системы . . . . .	10
1.1.5. Построение молекулы системы на данном уровне энергии . . . . .	11
1.1.6. Вычисление меток . . . . .	11
1.2. Методы вычисления меток . . . . .	12
1.3. Метод круговых молекул . . . . .	13
1.4. Список основных, наиболее часто встречающихся круговых молекул . . . . .	17
1.4.1. Круговые молекулы регулярных точек бифуркационной диаграммы . . . . .	17
1.4.2. Круговые молекулы, отвечающие невырожденным особенностям отображения момента . . . . .	19
1.5. Структура слоения Лиувилля около особых точек, отвечающих вырожденным одномерным орбитам . . . . .	19
1.6. Типичные круговые молекулы особых точек, отвечающих одномерным вырожденным орбитам . . . . .	23
1.7. Подсчет меток $r$ и $\varepsilon$ с помощью функции вращения . . . . .	27
1.8. Подсчет метки $n$ с помощью функции вращения . . . . .	31
1.9. Связь меток молекулы с топологией 3-многообразия $Q$ . . . . .	37
<b>Таблицы к главе 1</b> . . . . .	43
<b>ГЛАВА 2. Интегрируемые геодезические потоки на двумерных поверхностях</b> . . . . .	46
2.1. Постановка задачи . . . . .	46
2.2. Топологические препятствия к интегрируемости геодезических потоков на двумерных поверхностях . . . . .	49
2.3. Два примера интегрируемых геодезических потоков . . . . .	53
2.3.1. Поверхности вращения . . . . .	53
2.3.2. Метрики Лиувилля . . . . .	55
2.4. Описание метрик, геодезические потоки которых интегрируемы при помощи линейных или квадратичных интегралов. Локальная теория . . . . .	57
2.4.1. Некоторые общие свойства полиномиальных интегралов геодезических потоков. Локальная теория . . . . .	57

2.4.2.	Описание римановых метрик, геодезические потоки которых допускают линейный интеграл. Локальная теория . . . . .	60
2.4.3.	Описание римановых метрик, геодезические потоки которых допускают квадратичный интеграл. Локальная теория . . . . .	62
2.5.	Линейно и квадратично интегрируемые геодезические потоки на замкнутых поверхностях . . . . .	70
2.5.1.	Случай тора . . . . .	71
2.5.2.	Случай бутылки Клейна . . . . .	85
2.5.3.	Случай сферы . . . . .	97
2.5.4.	Случай проективной плоскости . . . . .	113
<b>ГЛАВА 3.</b>	<b>Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на двумерных поверхностях . . . . .</b>	<b>117</b>
3.1.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на торе . . . . .	117
3.2.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на бутылке Клейна . . . . .	130
3.2.1.	Случай квадратичного интеграла . . . . .	130
3.2.2.	Случай линейного интеграла . . . . .	135
3.2.3.	Случай квазилинейного интеграла . . . . .	136
3.2.4.	Случай квазиквадратичного интеграла . . . . .	137
3.3.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на двумерной сфере . . . . .	139
3.3.1.	Случай квадратичного интеграла . . . . .	139
3.3.2.	Случай линейного интеграла . . . . .	147
3.4.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на проективной плоскости . . . . .	152
3.4.1.	Случай квадратичного интеграла . . . . .	152
3.4.2.	Случай линейного интеграла . . . . .	155
<b>ГЛАВА 4.</b>	<b>Траекторная классификация интегрируемых геодезических потоков на двумерных поверхностях и функции вращения . . . . .</b>	<b>157</b>
4.1.	Случай тора . . . . .	157
4.1.1.	Потоки с простыми бифуркациями (атомами) . . . . .	157
4.1.2.	Потоки со сложными бифуркациями (атомами) . . . . .	167
4.2.	Случай сферы . . . . .	169
4.3.	Примеры интегрируемых геодезических потоков на сфере . . . . .	172
4.3.1.	Трехосный эллипсоид . . . . .	172
4.3.2.	Стандартная сфера . . . . .	176
4.3.3.	Сфера Пуассона . . . . .	179
4.4.	Нетривиальность классов траекторной эквивалентности и метрики с замкнутыми геодезическими . . . . .	181

<b>ГЛАВА 5. Топология лиувиллевых слоений в классических интегрируемых случаях динамики тяжелого твердого тела . . . . .</b>	<b>191</b>
5.1. Интегрируемые случаи в задаче о движении твердого тела и некоторых ее обобщениях . . . . .	191
5.2. Топологический тип изоэнергетических 3-поверхностей . . . . .	200
5.2.1. Топология 3-поверхности и бифуркационная диаграмма . . . . .	200
5.2.2. Случай Эйлера . . . . .	204
5.2.3. Случай Лагранжа . . . . .	206
5.2.4. Случай Ковалевской . . . . .	210
5.2.5. Случай Жуковского . . . . .	213
5.2.6. Случай Сретенского . . . . .	216
5.2.7. Случай Клебша . . . . .	218
5.2.8. Случай Стеклова . . . . .	220
5.3. Лиувиллева классификация систем случая Эйлера . . . . .	221
5.4. Лиувиллева классификация систем случая Лагранжа . . . . .	232
5.5. Лиувиллева классификация систем случая Ковалевской . . . . .	240
5.6. Лиувиллева классификация систем Горячева–Чаплыгина–Сретенского . . . . .	245
5.7. Лиувиллева классификация систем случая Жуковского . . . . .	249
5.8. Грубая лиувиллева классификация систем случая Клебша . . . . .	255
5.9. Грубая лиувиллева классификация систем случая Стеклова . . . . .	258
5.10. Грубая лиувиллева классификация систем случая четырехмерного твердого тела . . . . .	262
5.11. Полный список молекул, встречающихся в основных интегрируемых случаях динамики твердого тела . . . . .	273
<b>Таблицы к главе 5 . . . . .</b>	<b>275</b>
<b>ГЛАВА 6. Принцип Мопертюи и геодезическая эквивалентность . . . . .</b>	<b>289</b>
6.1. Общий принцип Мопертюи . . . . .	289
6.2. Принцип Мопертюи в динамике твердого тела . . . . .	296
6.3. Принцип Мопертюи и явный вид метрик на сфере, порожденных квадратичным гамильтонианом на алгебре Ли группы движений $\mathbb{R}^3$ . . . . .	298
6.4. Классические случаи интегрируемости в динамике твердого тела и отвечающие им интегрируемые геодезические потоки на сфере . . . . .	301
6.4.1. Случай Эйлера и метрика на сфере Пуассона . . . . .	302
6.4.2. Случай Лагранжа и соответствующая метрика вращения на сфере . . . . .	302
6.4.3. Случай Клебша и геодезический поток эллипсоида . . . . .	303
6.4.4. Случай Горячева–Чаплыгина и соответствующий интегрируемый геодезический поток на сфере . . . . .	305
6.4.5. Случай Ковалевской и соответствующий интегрируемый геодезический поток на сфере . . . . .	306
6.5. Гипотеза о метриках с интегралами больших степеней . . . . .	308
6.6. Теорема Дини и геодезическая эквивалентность римановых метрик . . . . .	313
6.7. Обобщенный принцип Мопертюи–Дини . . . . .	323

6.8.	Траекторная эквивалентность задачи Неймана и задачи Якоби . . . . .	325
6.9.	Явный вид некоторых замечательных гамильтонианов и их интегралов в разделяющихся переменных . . . . .	327
<b>Глава 7. Эквивалентность случая Эйлера в динамике твердого тела и задачи Якоби о геодезических на эллипсоиде . . . . .</b>		
7.1.	Введение . . . . .	334
7.2.	Задача Якоби о геодезических на эллипсоиде и случай Эйлера в динамике твердого тела . . . . .	335
7.3.	Лиувиллевы слоения . . . . .	337
7.4.	Функции вращения . . . . .	339
7.5.	Основная теорема . . . . .	344
7.6.	Гладкие инварианты . . . . .	345
7.7.	Топологическая несопряженность задачи Якоби и случая Эйлера . . . . .	348
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>351</b>
<b>Приложение 1. О классификации потоков Морса–Смейла на двумерных многообразиях . . . . .</b>		
Введение . . . . .		379
§ 1.	Классификация потоков Морса . . . . .	381
1.1.	Основные определения. . . . .	381
1.2.	Построение инварианта. . . . .	383
1.3.	Теорема классификации . . . . .	385
1.4.	Реализация инвариантов . . . . .	385
1.5.	Ориентируемый случай. . . . .	389
§ 2.	Сравнение инвариантов . . . . .	389
2.1.	Инвариант Пейксото . . . . .	390
2.2.	Инвариант Флейтаса. . . . .	392
2.3.	Инвариант Вонга. . . . .	393
2.4.	Классификация $\alpha$ -функций и $f$ -графы. . . . .	394
§ 3.	Классификация потоков Морса–Смейла . . . . .	398
3.1.	Конструкция Пейксото . . . . .	398
3.2.	Описание $\nu$ -атомов . . . . .	401
3.3.	Построение $\nu$ -молекулы . . . . .	404
3.4.	Теорема классификации и реализация инвариантов . . . . .	409
§ 4.	Приложение: список потоков малой сложности . . . . .	413
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>414</b>
<b>Приложение 2. Об устойчивости топологической структуры боттовских интегрируемых гамильтоновых систем с двумя степенями свободы (В. В. Калашников (мл.)) . . . . .</b>		
§ 1.	Свойства систем на изоэнергетических подмногообразиях . . . . .	417
§ 2.	Свойства возмущений в слабой метрике . . . . .	418
§ 3.	Плотность боттовских систем в узком смысле . . . . .	421
§ 4.	Боттовские системы с точки зрения сильной метрики . . . . .	424

§ 5. Устойчивость топологической структуры на $M^4$ . Введение . . . . .	424
§ 6. Вырожденные окружности общего вида . . . . .	426
§ 7. Глобальная устойчивость топологической структуры . . . . .	434
<b>Список литературы</b> . . . . .	436
<b>Приложение 3. Построение канонических координат в окрестности особой точки интегрируемой гамильтоновой системы (В. В. Калашников (мл.))</b> . . . . .	437
Введение . . . . .	437
§ 1. Коммутативность и зависимость . . . . .	438
§ 2. Нормальные формы . . . . .	440
§ 3. невырожденные орбиты . . . . .	443
§ 4. Другие работы, посвященные этому вопросу . . . . .	445
<b>Список литературы</b> . . . . .	446