

Предисловие	7
Глава 1. Основные понятия	10
§ 1. Линейная симплектическая геометрия	10
§ 2. Симплектические и пуассоновы многообразия	11
§ 3. Локальные свойства симплектических многообразий	13
§ 4. Интегрируемые по Лиувиллю гамильтоновы системы. Теорема Лиувилля	15
§ 5. Нерезонансные и резонансные системы	18
§ 6. Число вращения	19
§ 7. Отображение момента интегрируемой системы и его бифуркационная диаграмма	21
§ 8. невырожденные точки отображения момента и функции Ботта	23
§ 9. Интегралы Ботта с точки зрения четырехмерного симплектического многообразия	24
§ 10. Основные типы эквивалентностей динамических систем	27
Глава 2. Топология слоений, порождаемых функциями Морса на двумерных поверхностях	31
§ 1. Функции Морса	31
§ 2. Граф Роба функции Морса	32
§ 3. Понятие атома	34
§ 4. Простые молекулы	38
§ 5. Сложные атомы	38
§ 6. Классификация атомов	41
§ 7. Общее понятие молекулы	59
§ 8. Аппроксимация сложных молекул простыми	62
Глава 3. Грубая лиувиллева эквивалентность интегрируемых систем с двумя степенями свободы	64
§ 1. Классификация невырожденных критических многообразий на изоэнергетических 3-поверхностях	64
§ 2. Топологическое строение окрестности особого слоя слоения Лиувилля	68
§ 3. Топологически устойчивые гамильтоновы системы	72
§ 4. 2-атомы и 3-атомы	75

§ 5.	Классификация 3-атомов	79
§ 6.	3-атомы как перестройки торов Лиувилля	79
§ 7.	Молекулы интегрируемой системы	82
Глава 4.	Лиувиллева эквивалентность интегрируемых систем с двумя степенями свободы	86
§ 1.	Допустимые системы координат на границе 3-атома	86
§ 2.	Матрицы склейки и избыточные оснащения молекулы	89
§ 3.	Инварианты (числовые метки) r, ε, n	90
	1. Метки r_i и ε_i (91). 2. Метки n_k и семьи в молекуле (91).	
§ 4.	Меченая молекула — полный инвариант лиувиллевой эквивалентности	92
§ 5.	Влияние ориентаций	93
	1. Изменение ориентации на ребре молекулы (93). 2. Изменение ориентации 3-многообразия Q (93). 3. Изменение ориентации гамильтонова векторного поля (95).	
§ 6.	Теорема реализации	95
§ 7.	Простые примеры молекул	96
§ 8.	Гамильтоновы системы с критическими бутылками Клейна	97
Глава 5.	Траекторная классификация интегрируемых систем с двумя степенями свободы	101
§ 1.	Функция вращения системы на ребре молекулы. Вектор вращения	101
§ 2.	Редукция трехмерной траекторной классификации к двумерной классификации с точностью до сопряженности	104
	1. Трансверсальные площадки (104). 2. Поток Пуанкаре и гамильтониан Пуанкаре (106). 3. Теорема редукции (108).	
§ 3.	Общая концепция построения траекторных инвариантов интегрируемых гамильтоновых систем	109
Глава 6.	Интегрируемые геодезические потоки на двумерных поверхностях	113
§ 1.	Постановка задачи	113
§ 2.	Топологические препятствия к интегрируемости геодезических потоков на двумерных поверхностях	115
§ 3.	Два примера интегрируемых геодезических потоков	119
	1. Поверхности вращения (119). 2. Метрики Лиувилля (121).	

§ 4.	Описание метрик, геодезические потоки которых интегрируемы при помощи линейных или квадратичных интегралов. Локальная теория	123
	1. Некоторые общие свойства полиномиальных интегралов геодезических потоков. Локальная теория (124).	
	2. Описание римановых метрик, геодезические потоки которых допускают линейный интеграл. Локальная теория (126).	
	3. Описание римановых метрик, геодезические потоки которых допускают квадратичный интеграл. Локальная теория (127).	
§ 5.	Линейно и квадратично интегрируемые геодезические потоки на замкнутых поверхностях	136
	1. Случай тора (136).	
	2. Случай бутылки Клейна (148).	
	3. Случай сферы (153).	
	4. Случай проективной плоскости (169).	
Глава 7.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на двумерных поверхностях	172
§ 1.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на торе	172
§ 2.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на бутылке Клейна	187
	1. Случай квадратичного интеграла (187).	
	2. Случай линейного интеграла (193).	
	3. Случай квази-линейного интеграла (194).	
	4. Случай квази-квадратичного интеграла (196).	
§ 3.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на двумерной сфере	199
	1. Случай квадратичного интеграла (199).	
	2. Случай линейного интеграла (208).	
§ 4.	Лиувиллева классификация интегрируемых геодезических потоков на проективной плоскости	216
	1. Случай квадратичного интеграла (216).	
	2. Случай линейного интеграла (220).	
Глава 8.	Траекторная классификация интегрируемых геодезических потоков на двумерных поверхностях и функции вращения	222
§ 1.	Случай тора	222
	1. Потоки с простыми бифуркациями (атомами) (222).	
	2. Потоки со сложными бифуркациями (атомами) (231).	
§ 2.	Случай сферы	233
§ 3.	Примеры интегрируемых геодезических потоков на сфере	237

1. Трехосный эллипсоид (237). 2. Стандартная сфера (242). 3. Сфера Пуассона (245).	
§ 4. Нетривиальность классов траекторной эквивалентности и метрики с замкнутыми геодезическими	247
Глава 9. Принцип Мопертюи и геодезическая эквивалентность	256
§ 1. Общий принцип Мопертюи	256
§ 2. Принцип Мопертюи в динамике твердого тела	259
§ 3. Принцип Мопертюи и явный вид метрик на сфере, порожденных квадратичным гамильтонианом на алгебре Ли группы движений \mathbb{R}^3	260
§ 4. Классические случаи интегрируемости в динамике твердого тела и отвечающие им интегрируемые геодезические потоки на сфере	262
1. Случай Эйлера и метрика на сфере Пуассона (263). 2. Случай Клебша и геодезический поток эллипсоида (264). 3. Случай Горячева—Чаплыгина и соответствующий интегрируемый геодезический поток на сфере (266). 4. Случай Ковалевской и соответствующий интегрируемый геодезический поток на сфере (268).	
§ 5. Гипотеза о метриках с интегралами больших степеней	270
§ 6. Теорема Дини и геодезическая эквивалентность римановых метрик	275
§ 7. Обобщенный принцип Мопертюи—Дини	279
§ 8. Траекторная эквивалентность задачи Неймана и задачи Якоби	281
§ 9. Явный вид некоторых замечательных гамильтонианов и их интегралов в разделяющихся переменных	283
Глава 10. Эквивалентность случая Эйлера в динамике твердого тела и задачи Якоби о геодезических на эллипсоиде	290
§ 1. Введение	290
§ 2. Задача Якоби о геодезических на эллипсоиде и случай Эйлера в динамике твердого тела	291
§ 3. Лиувиллевы слоения	293
§ 4. Функции вращения	296
§ 5. Основная теорема	302
§ 6. Гладкие инварианты	303
§ 7. Топологическая несопряженность задачи Якоби и случая Эйлера	307
Список литературы	310