

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Предисловие.....</b>  | <b>3</b>  |
| <b>Глава 1</b>   |           |
| <b>ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ.....</b>   | <b>7</b>  |
| 1. Линейная симплектическая геометрия.....   | 7         |
| 2. Симплектические и пуассоновы многообразия.....  | 9         |
| 3. Теорема Дарбу.....  | 15        |
| 4. Интегрируемые по Лиувиллю гамильтоновы системы. Теорема Лиувилля.....                         | 19        |
| 5. Нерезонансные и резонансные системы.....  | 27        |
| 6. Число вращения.....   | 27        |
| 7. Отображение момента интегрируемой системы и его бифуркационная диаграмма .....                | 30        |
| 8. Простой пример интегрируемой механической системы.....  | 32        |
| 9. Невырожденные точки отображения момента .....   | 34        |
| 10. Основные типы эквивалентности динамических систем.....                                       | 46        |
| <b>Глава 2</b>   |           |
| <b>ТОПОЛОГИЯ СЛОЕНИЙ, ПОРОЖДАЕМЫХ ФУНКЦИЯМИ МОРСА<br/>НА ДВУМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ .....</b>        | <b>50</b> |
| 1. Простые функции Морса.....  | 50        |
| 2. Граф Риба функции Морса.....  | 52        |
| 3. Понятие атома .....   | 54        |
| 4. Простые атомы .....   | 56        |
| 5. Простые молекулы .....  | 60        |
| 6. Сложные атомы.....  | 65        |
| 7. Классификация атомов.....   | 70        |
| 8. Общее понятие молекулы.....   | 85        |
| 9. Примеры сложных функций Морса и сложных молекул.....  | 90        |
| 10. Аппроксимация сложных молекул простыми .....   | 93        |
| <b>Глава 3</b>   |           |
| <b>ГРУБАЯ ЛИУВИЛЛЕВА ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ИНТЕГРИРУЕМЫХ<br/>СИСТЕМ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ.....</b> | <b>95</b> |
| 1. Классификация невырожденных критических многообразий на изоэнергетических 3-поверхностях..... | 95        |
| 2. Топологическое строение окрестности особого слоя слоения Лиувилля.....                        | 102       |

|   |     |
|---|-----|
| 3. Топологически устойчивые гамильтоновы системы.....   | 109 |
| 4. Пример неустойчивой интегрируемой системы.....   | 113 |
| 5. 2-атомы и 3-атомы.....   | 115 |
| 6. Классификация 3-атомов.....  | 121 |
| 7. 3-атомы как перестройки торов Лиувилля.....  | 121 |
| 8. Молекулы интегрируемой системы .....   | 122 |
| 9. Сложность интегрируемых систем.....  | 125 |
| <br>Глава 4   |     |
| ЛИУВИЛЛЕВА ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ИНТЕГРИРУЕМЫХ СИСТЕМ<br>С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ.....   | 128 |
| 1. Допустимые системы координат на границе 3-атома .....  | 128 |
| 2. Матрицы склейки и избыточные оснащения молекул.....  | 134 |
| 3. Инварианты (числовые метки) $r, \varepsilon, n$ .....  | 135 |
| 4. Меченая молекула – полный инвариант лиувиллевой эквивалентности.....   | 138 |
| 5. Влияние ориентаций .....   | 140 |
| 6. Теорема реализации .....   | 142 |
| <br>Глава 5   |     |
| ТОПОЛОГИЯ ИЗОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ 3-ПОВЕРХНОСТЕЙ<br>ИНТЕГРИРУЕМЫХ СИСТЕМ.....   | 146 |
| 1. Класс ( $M$ ) .....  | 146 |
| 2. Класс ( $H$ ).....   | 147 |
| 3. Класс ( $Q$ ) трехмерных многообразий, склеенных из блоков двух типов.....   | 147 |
| 4. Класс ( $W$ ) многообразий Вальдхайзена (граф-многообразий).....   | 148 |
| 5. Класс 3-многообразий ( $S$ ).....  | 149 |
| 6. Класс ( $H'$ ) многообразий, отвечающих интегрируемым гамильтонианам с ручными интегралами.....                        | 149 |
| 7. Класс ( $R$ ) многообразий, склеенных из круглых ручек.....  | 150 |
| 8. Класс ( $D$ ) обобщенных многообразий Дена.....  | 151 |
| 9. Теорема о совпадении шести классов многообразий .....  | 152 |
| 10. Доказательство теоремы 1 .....  | 153 |
| 11. Сложность трехмерных многообразий и классификация 3-многообразий малой сложности.....                                 | 171 |
| 12. Гиперболические многообразия и их объемы. Гиперболичность как препятствие к интегрируемости гамильтоновых систем..... | 183 |
| <br>Глава 6   |     |
| ТРАЕКТОРНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ИНТЕГРИРУЕМЫХ СИСТЕМ С<br>ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ. ПЕРВЫЙ ШАГ .....                             | 205 |
| 1. Функция вращения системы на ребре молекулы. Вектор вращения.....   | 205 |
| 2. Трансверсальные площадки .....   | 210 |

|   |            |
|---|------------|
| 3. Поток Пуанкаре и гамильтониан Пуанкаре.....  | 213        |
| 4. Теорема редукции.....  | 216        |
| 5. Общая концепция построения траекторных инвариантов интегрируемых гамильтоновых систем.....   | 218        |
| <b>Глава 7</b>  |            |
| <b>КЛАССИФИКАЦИЯ ГАМИЛЬТОНОВЫХ ПОТОКОВ НА ДВУМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ С ТОЧНОСТЬЮ ДО НЕПРЕРЫВНОЙ СОПРЯЖЕННОСТИ.....</b>                          | <b>222</b> |
| 1. $\Lambda$ -инвариант.....  | 222        |
| 2. $\Delta$ -инвариант .....  | 229        |
| 3. $Z$ -инвариант .....   | 233        |
| 4. Теорема классификации на 2-атомах с точностью до непрерывной сопряженности .....   | 235        |
| 5. Операция вклейки-вырезания.....  | 238        |
| 6. Описание области значений $\Delta$ - и $Z$ -инвариантов.....   | 246        |
| 7. Теорема классификации гамильтоновых систем на замкнутой 2-поверхности с точностью до непрерывной сопряженности .....                     | 262        |
| 8. Области допустимых значений для точных инвариантов систем с одной степенью свободы .....   | 265        |
| 9. Пример. Инвариантные гамильтоновы потоки на двумерных поверхностях вращения. Классификация с точностью до непрерывной сопряженности..... | 267        |
| <b>Глава 8</b>  |            |
| <b>ГЛАДКАЯ СОПРЯЖЕННОСТЬ ГАМИЛЬТОНОВЫХ ПОТОКОВ НА ДВУМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ.....</b>   | <b>271</b> |
| 1. Построение точных гладких инвариантов на 2-атомах .....  | 271        |
| 2. Теорема классификации гамильтоновых потоков на 2-атомах с точностью до гладкой сопряженности.....  | 280        |
| <b>Глава 9</b>  |            |
| <b>ТРАЕКТОРНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ИНТЕГРИРУЕМЫХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СИСТЕМ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ. ВТОРОЙ ШАГ.....</b>                              | <b>286</b> |
| 1. Избыточное $T$ -оснащение молекулы (непрерывный случай). Основная лемма о $T$ -оснащении.....  | 287        |
| 2. Группа замен трансверсальных площадок. Операция вклейки-вырезания.....   | 291        |
| 3. Действие группы замен $G\mathbb{P}$ на множестве избыточных оснащений.....   | 294        |
| 4. Три общих принципа построения инвариантов.....   | 296        |
| 5. Допустимые избыточные оснащения и их реализация .....  | 297        |
| 6. Построение траекторных инвариантов в непрерывном случае. Определение $T$ -молекулы .....   | 305        |
| 7. Влияние ориентации на инварианты.....  | 312        |

|  |            |
|--|------------|
| 8. Теорема непрерывной траекторной классификации интегрируемых систем с двумя степенями свободы..... | 314        |
| 9. Частный случай: простые интегрируемые системы и их непрерывная траекторная классификация.....     | 320        |
| 10. Гладкие траекторные инварианты. Теорема траекторной классификации в гладком случае.....          | 322        |
| 11. Пример: случай Эйлера в динамике твердого тела и задача Якоби                                    | 333        |
| <b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>   | <b>342</b> |