

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Геометрия кубических кривых	9
§ 1. Сложение точек кубической кривой	9
§ 2. Прямые и кривые на проективной плоскости	18
§ 3. Касательные и точки перегиба	22
§ 4. Нормальные формы неособой кубической кривой	29
§ 5. Особые кубические кривые	34
§ 6. Неособая кубическая кривая не допускает рациональной параметризации	37
Глава 2. Эллиптические функции	39
§ 1. Топологическое строение неособой кубической кривой в $\mathbb{C}P^2$	41
§ 2. Эллиптические функции	44
§ 3. Функция Вейерштрасса	48
§ 4. Дифференциальное уравнение для функции $\wp(z)$	52
§ 5. Параметризация кубической кривой с помощью функции Вейерштрасса	54
§ 6. Эллиптические интегралы	58
§ 7. Теоремы сложения для эллиптических интегралов $F(\varphi)$ и $E(\varphi)$	65
§ 8. Эллиптические функции Якоби	69
§ 9. Теорема Вейерштрасса о функциях, обладающих алгебраической теоремой сложения	73
Глава 3. Дуги кривых и эллиптические интегралы	77
§ 1. Дуги эллипса и гиперболы	77
§ 2. Деление дуг эллипса	79
§ 3. Кривые с эллиптическими дугами	86
§ 4. Кривые, дуги которых выражаются через дуги окружности	90
Глава 4. Теорема Абеля о делении лемнискаты	93
§ 1. Построение правильного 17-угольника. Элементарный подход	96
§ 2. Построение правильных многоугольников. Элементы теории Галуа	99
§ 3. Уравнение деления лемнискаты	110
§ 4. Доказательство теоремы Абеля о делении лемнискаты	120
§ 5. Несколько замечаний о кривых Серре	129
Глава 5. Арифметика эллиптических кривых	145
§ 1. Метод секущих Диофанта. Диофантовы уравнения второй степени	146
§ 2. Сложение точек на кубической кривой	158
§ 3. Некоторые примеры	163

§ 4. Теорема Морделла	171
§ 5. Ранг и группа кручения эллиптической кривой	178
§ 6. Гипотеза Таниямы и последняя теорема Ферма	185
Глава 6. Алгебраические уравнения	201
§ 1. Решение уравнений 3-й и 4-й степени	202
§ 2. Симметрические многочлены	205
§ 3. Резольвенты Лагранжа	207
§ 4. Корни из единицы	210
§ 5. Теорема Абеля о неразрешимости в радикалах общего уравнения пятой степени	215
§ 6. Преобразование Чирнгауза. Уравнение пятой степени в форме Бринга	222
§ 7. Уравнения пятой степени, разрешимые в радикалах	225
Глава 7. Решение уравнения 5-й степени	239
§ 1. Определение тэта-функции	239
§ 2. Нули тэта-функций	241
§ 3. Соотношение $\theta_3^4 = \theta_2^4 + \theta_0^4$	242
§ 4. Представление тэта-функций бесконечными произведениями	243
§ 5. Соотношение $\theta_1'(0) = \pi \theta_0(0) \theta_2(0) \theta_3(0)$	246
§ 6. η -функция Дедекинда и функции f, f_1, f_2	247
§ 7. Преобразования тэта-функций по параметру τ	249
§ 8. Преобразования η -функции Дедекинда	250
§ 9. Общая схема решения уравнения пятой степени	252
§ 10. Преобразования порядка 5	254
§ 11. Замена τ на $\tau + 2$	255
§ 12. Замена τ на $-1/\tau$	257
§ 13. Замена τ на $\frac{\tau-1}{\tau+1}$	259
§ 14. Функции, инвариантные относительно замен τ на $\tau + 2, -1/\tau$ и $\frac{\tau-1}{\tau+1}$	262
§ 15. Вывод модулярного уравнения	263
§ 16. Решение уравнения 5-й степени	265
§ 17. Основная модулярная функция $j(\tau)$	269
§ 18. Фундаментальная область функции $j(\tau)$	271
§ 19. Решение уравнения $j(\tau) = c$	274
§ 20. Функции, инвариантные относительно замен τ на $\tau + 1$ и $-1/\tau$	277
§ 21. Функции, инвариантные относительно замен τ на $\tau + 2$ и $-1/\tau$	277
§ 22. Заключительные замечания	280
Список литературы	282
Предметный указатель	287